Cubierta

Gobierno del Estado de Michoacán

Universidad Intercultural Indígena de Michoacán

Traducción al p'urhepecha de material didáctico para la enseñanza en la educación básica bilingüe: El volumen

Tesis para optar por el grado de Licenciatura en Lengua y Comunicación Intercultural

Presenta:

María de la Luz Rivera Rodríguez

Directora de tesis:

MME. Hemelinda Servín Campuzano

Junio 2015

Lomo

María de la Luz Rivera Rodríguez

Traducción al p'urhepecha de material didáctico para la enseñanza en la educación básica bilingüe: El volumen

2015

Primera página

Gobierno del Estado de Michoacán

Universidad Intercultural Indígena de Michoacán

Traducción al p'urhepecha de material didáctico para la enseñanza en la educación básica bilingüe: El volumen

Tesis para optar por el grado de Licenciatura en Lengua y Comunicación Intercultural

Presenta:

María de la Luz Rivera Rodríguez

Directora de tesis:

MME. Hemelinda Servín Campuzano

Junio 2015

Tercera página

UNIVERSIDAD INTERCULTURAL INDIGENA DE MICHOACÁN

Traducción al p'urhepecha de material didáctico para la enseñanza en la educación básica bilingüe: el volumen

Autor: María de la Luz Rivera Rodríguez

Directora de la tesis: Hermelinda Servín Campuzano

2015

Cuarta página

Agradecimientos

En este apartado, primeramente agradezco a la licenciatura del área de Lengua y Comunicación Intercultural, que me permitió ser y formar parte de ella en cuatro maravillosos años, pero sobre todo a los maestros que forman parte del área y que tuve el gusto de tenerlos como maestros, gracias porque cada uno de ellos dejo en mi sus enseñanza, sabidurías, y lo mejor de sí mismo como maestros.

Por otro lado están mis compañeros de la licenciatura de lengua y comunicación, de la terminal en lingüística aplicada, muy buenos compañeros, personas grandiosas y que supieron dejar huella en mí, porque no solo fueron mis compañeros, sino que fueron mis compañeros amigos, que pareció por el simple hecho de formar parte de mi vida en la esta carrera de licenciatura... Justamente como dice el nombre de la universidad intercultural indígena de Michoacán, "interculturalidad" fue lo que practicamos en el salón como compañeros, hubo variantes de nuestra lengua p'urhepecha, de casi todas las regiones, de sierra, de la meseta, de la cañada de los 11 pueblos y la zona lacustre...

A mis amigos que tuve la oportunidad de conocer en esta universidad y conocerme, de las cuatro licenciaturas, una generación antes y dos después de mi egreso a esta universidad...

Ahora bien en cuanto a la elaboración de la tesis me permito agradecer a las personas que formaron parte de este proyecto para que esto fuera posible, principalmente a la profesora Hermelinda Servín Campuzano, y a los profesores Abrahán custodio Lucas, Bulmaro, que tuvieron la paciencia y dedicación de apoyarme en cuanto a la traducción de las actividades traducidas en esta tesis y que esto no quedara a medias...

Y finalmente a mis familia que siempre han estado conmigo, apoyándome en mi carrera como estudiante, desde la primaria y que lo siguen haciendo hasta hoy en día, muchas gracias madre y padre por su apoyo infinito, y a mis cuatro hermanos que me han apoyada incondicionalmente...

Contenido

Índice de cuadros, imágenes y signos.

Resumen

En el presente trabajo se presenta la propuesta pedagógico de un material didáctico que se tradujo en la lengua p'urhepecha como una herramienta más para el apoyo de la enseñanza en la educación básica bilingüe de las matemáticas del concepto volumen, tomado de base en un documento que contiene el planteamiento metodológico y conceptual del tema volumen en la educación primaria (Sáiz, 1999).

Palabras clave: Material didáctico, volumen, enseñanza, traducción.

Sóntku uantantsïkua

Ari anchikuarhita enka jocheri anapu jimpo mónharhitantsakata jaka, jintesti para marhoatanhani jorhetperakuecharhu para no mirikurhinhani jocheri wantakua ka tamu eska mítinhaaka jocheri anapu jimpo eratsekunhantani ts'eritakueri ampe, i ampe máteru anchikuarhitaru wérasti enka warhimasï ma úpka enka arhinhajka Sáiz, jimakani anapu 1999 jimpo, sesi jauati enka i anchukuarhita marhuatanhaka ka juchari wantakua sánteru jukaparantapani jarhani.

Wantakuecha: jorhenkua jarhojpetarakua, jatakueri ampe, jorhetperakua, mónharhitantsïkua.

I Introducción

En este capítulo se describe el porqué de este proyecto de traducción, además de la preocupación de la situación actual por la que está cruzando la lengua p'urhepecha; se sabe de instituciones como la CGEIB que fomentan la elaboración de programas educativas sobre temas de la educación intercultural bilingüe, ahora se presenta una muestra de lo que la Universidad Intercultural Indígena de Michoacán puede contribuir al inculcar el respeto y valoración de la lengua a sus estudiantes. La tesis está compuesta por cinco capítulos, comenzando con la introducción donde se incluye la justificación y objetivos así como la introducción de temas específicos necesarios para comprender el contexto, continuando con la metodología en donde también se mencionan dos diferentes tipos de metodologías debido a que una se usa para desarrollar el tema a traducir y la otra para la traducción. En la tercera unidad se describe la investigación que se estudió para la traducción, la unidad cuarta se trata sobre el material traducido y finalmente se concluye con una discusión del desarrollo del trabajo presentado.

Esté documento muestra el desarrollo de la investigación y traducción al p'urhepecha de un material didáctico sobre el tema volumen para la enseñanza en la educación básica, la traducción surge como consecuencia lógica de que en Michoacán como en otros estados de la República Mexicana, en las escuelas bilingües y no bilingües, muy pocas veces le dan importancia a las lenguas originarias, tal vez porque no cuentan con material didáctico escrito en sus lenguas u otros motivos. En la educación básica se han implementado algunos textos en lenguas originarias como por ejemplo los cuadernos de quinto y sexto grado en la obra la Educación Intercultural Bilingüe elaborado por la Dirección General de Educación Indígena (DGEI) de la subsecretaria de educación básica de la Secretaria de Educación Pública (SEP), el libro de literatura en lengua p'urhepecha, Michoacán (Arhinskuecha P'urhepecha Jimpo) impreso por encargo de la comisión nacional de libros de texto gratuitos. Aunque hay libros y documentos en lenguas originarias no se conocen investigaciones de temas específicos relacionados con las matemáticas y menos que estén escritos en lenguas originarias con enfoques locales, por lo cual, esta propuesta pretende enfocarse en las necesidades particulares de una comunidad específica, principalmente el idioma, pues depende de esto su desarrollo y aplicación.

La investigación realizada tiene el propósito de favorecer la educación básica bilingüe y contribuir a que se siga practicando la lengua p'urhepecha en el sector 02 del municipio de Cheran Michoacán.

Uno de los objetivos que tiene la Universidad Intercultural Indígena de Michoacán (UIIM) y en especial la licenciatura de Lengua y Comunicación Intercultural, es que sus egresados de dicha licenciatura regresen a las comunidades y/o pueblos indígenas a las que pertenecen para que apliquen sus conocimientos en la mejora de la comunidad por medio de proyectos o actividades con las que estos pueblos se puedan defender y que así se desarrollen mejor y difundir la existencia de los derechos lingüísticos como pueblos originarios, es por ello que tenemos la obligación de ayudar a nuestros pueblos ya que la gran mayoría de los estudiantes somos originarios de los pueblos indígenas y además de aquellos en los que se sigue practicando la lengua p'urhepecha.

El compromiso de todo egresado no solo de la Licenciatura de Lengua y Comunicación Intercultural sino de toda la Comunidad Universitaria de la (UIIM), se verá reflejado en las aportaciones para contribuir a la construcción de una sociedad más justa y equitativa, mejorando y ampliando las oportunidades educativas de la población indígena y promoviendo relaciones más igualitarias y respetuosas entre los integrantes de toda la sociedad mexicana, (CGEIB[1], 2014). Para ayudar a la construcción de conocimientos desde los cuales se aborda la educación intercultural y se comprenden las relaciones subyacentes a una nación multicultural como la nuestra. Con este trabajo se pretende aportar un granito de arena que ayude a resolver el problema que se encuentra en las escuelas bilingües de que no se enseña la lengua p'urhepecha porque probablemente no cuentan con suficiente material didáctico escrita en esta lengua, entonces es ahí en donde entra esta propuesta pedagógica de traducción que se enfoca precisamente en un material didáctico para el apoyo de la enseñanza del volumen, se elaboró la traducción al p'urhepecha del tema volumen, esperando que contribuya a que se conserve la lengua p'urhepecha y la sigamos practicando a través del lenguaje cotidiano en las escuelas y

[1] Coordinación General de Educación Intercultural Bilingüe

en diferentes contextos, en esta ocasión en las matemáticas, ya que el volumen es un concepto propio del contexto matemático.

El material que se tradujo al p'urhepecha se base en un documento que contiene el planteamiento metodológico y conceptual del tema volumen en la educación primaria (Sáiz, 1999), al realizar esté proyecto de traducción se pretende que contribuya a facilitar el trabajo de enseñanza a profesores que imparten clases en la meseta p'urhepecha al poder enseñar el tema volumen en su propia lengua y al mismo tiempo se trata de darle el reconocimiento a la lengua y que niños y niñas p'urhepechas se sientan orgullosos de ella. Esta propuesta trata de facilitar tanto el material de traducción como el documento que sustenta la investigación, principalmente la fenomenología del concepto volumen.

Aunque los movimientos indígenas en México han ayudado en las reformas constitucionales de 1992 a que se reconozca el carácter pluricultural de la nación mexicana, en la cual se establece que la educación debe contemplar la diversidad para todos los habitantes del territorio mexicano y tener un enfoque intercultural para todos e intercultural bilingüe para las regiones multiculturales del país, que influye en los distintos niveles y modalidades del Sistema Educativo Nacional (SEN) no se ha realizado completamente. Además en enero de 2001 la CGEIB desprende el paradigma de unidad en la diversidad, mediante el desarrollo de la interculturalidad que lleve la convivencia, de manera digna y respetuosa entre todos los mexicanos. Entendiendo la interculturalidad como un proyecto social amplio, una postura filosófica y un funcionamiento cotidiano ante la vida, que insiste en la comunicación justa entre las culturas como figuras del mundo y recalca la importancia de dejar libres espacios y tiempos para que dichas figuras puedan convertirse en mundos reales. Por ende, reconoce al otro como diferente, no lo borra ni lo aparta sino busca comprenderlo, dialogar con él y respetarlo. Se entiende como una visión que propone construir tales derechos como un patrimonio común de toda la humanidad (CGEIB, 2004). Es por ello que nuestra propuesta se acopla con dichos derechos e ideales.

La mejora de calidad, pertinencia y equidad de los servicios educativos requiere de los conocimientos confiables sobre el funcionamiento de la escuela y el aula en las diferentes realidades socioculturales del país. Desde la óptica de la interculturalidad han sido poco estudiadas las formas de operación de las escuelas, el currículum, las relaciones entre maestros, alumnos y padres de familia, sus comportamientos y actitudes. Estos conocimientos son indispensables para diseñar propuestas pedagógicas culturalmente pertinentes para todos los mexicanos, especialmente en el caso de la educación dirigida a la población indígena, tradicionalmente atendida por un sistema educativo ajeno a sus características culturales, citado por Berumen, G. y Rodríguez, B., (CGEIB, 2009), por el contrario si los agentes son internos y proporcionan propuestas desde su propia cultura puede contribuir a que la educación mejore.

La Dirección de Investigación y Evaluación se ha dado a la tarea de identificar líneas de investigación que se derivan tanto de las problemáticas reportadas por las distintas direcciones de la CGEIB y de los programas que en éstas se desarrollan, es por ello, que uno de los propósitos de la CGEIB es fomentar la investigación aplicada sobre temas de EIB, tiendo como uno de los objetivos específicos, contribuir al diseño y experimentación de propuestas pedagógicas en situaciones y contextos específicos, que puedan aplicarse con las debidas adaptaciones en otros contextos, en este punto se requiere desarrollar propuestas pedagógicas para atender a la diversidad de alumnos que asisten a las escuelas. Además de aportar al conocimiento de los procesos de enseñanza-aprendizaje que se desarrollan en las aulas interculturales para incidir en el diseño de propuestas didácticas actualizadas e innovadoras. La elaboración y la traducción de material didáctico están destinadas a construir conocimiento colectivo en interacción directa con diferentes agentes educativos que se alinea al objetivo.

La interculturalidad es un campo de conocimiento en construcción y alentar la discusión y análisis de las distintas perspectivas desde la que se aborda y puede abordarse, apoyará sin duda la construcción de conocimiento y generará avances en la temática.

¿Porque se escoge un tema de matemáticas? Porque se sabe que la enseñanza de las matemáticas escolares tiene muchos problemas de diferentes índoles en todos los niveles educativos, con frecuencia se escucha que la cultura matemática que necesita un escolar va mucho más allá del tradicional "contar", que debe razonar en las situaciones de riesgo e incertidumbre, descifrar y saber analizar de manera crítica, la información que recibe del medio y la educación que recibe no es la adecuada y esto se ve reflejado en las evaluaciones como ENLACE , PISSA , etc. La enseñanza de la matemática debe entonces remontar nuevos retos (Artigue, 2004) y por lo tanto se necesita de material didáctico que responda a una enseñanza pertinente para alumnos con características propias pero que a la vez responda a evaluaciones estandarizados. Es decir, que cuando los alumnos salgan de una institución y entren a otra, y esta otra institución tiene las mismas temáticas pero diferentes métodos, no quiere decir que se enseñase con el mismo método que se enseñaba en la institución de la que salieron, pero que si se puedan adaptarse a los métodos de enseñanza de esa nueva institución, generalmente pasa que los alumnos no se acoplan tan fácilmente a otros métodos diferentes a los que se acostumbraron en una institución. Sobre la base de lo anterior, la enseñanza desequilibrada de la matemática en la actualidad debe hacer frente a diversos problemas y desafíos. Buscar el equilibrio en la matemática y que las herramientas sean usadas de manera segura y motivante para que el que las utilice, obtenga el máximo provecho de las herramientas de trabajo y así se enseñe mejor la metamatemática.

Resolver los problemas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas no es, ni ha sido una tarea fácil, desde la década de los años 70´s ha crecido la intención de solucionar dichos problemas por lo cual matemáticos, profesores, profesionistas relacionados con las matemáticas, psicólogos, etc. Han realizado investigaciones desde diferentes puntos de vista; metodológicos, epistemológicos, etc. pero han llegado a la conclusión de que las matemáticas deben enseñarse desde su propia metodología es decir, una metodología específica para la Educación matemática, por lo cual ahora existen diferentes teorías y métodos de enseñanza de las matemáticas. Métodos específicos para temas específicos porque no se puede con una misma teoría atacar todas las problemáticas que nos ocupan y se han estado haciendo investigaciones específicas tratando temas por separado, por lo cual la propuesta que se realizó trata sobre un tema específico “el volumen” y teorías específicas que se basan en que si las matemáticas se enseñan en contextos reales y en el idioma de los alumnos será mejor, es por ello la importancia de traducir materiales que no se encuentran escrotos en lenguas originarias.

1.1 Justificación

Esta investigación responde al proyecto nacional del siglo XX que considera la homogeneidad lingüística y cultural para promover el desarrollo y la unidad del país (CGEIB, 2004).

El proyecto nacional del siglo XX impuso la castellanización obligatoria que prohibía el uso de las lenguas indígenas en las escuelas. A raíz de esta imposición surgieron movimientos para eliminar la imposición y en consecuencia se impulsó la educación indígena destinada a los pueblos y comunidades indígenas para que tengan educación igualitaria en su propia lengua, esta educación ha transitado por tres etapas claramente diferenciadas: la primera, desarrollada en el periodo 1950-1980, constituye la alfabetización en lenguas indígenas para la castellanización; la segunda, emerge del movimiento indígena de la década de 1970 y de la toma de conciencia de los propios maestros bilingües, y en el periodo 1980-1990, la SEP incorpora en su programa educativo la educación bilingüe y bicultural la cual propone el desarrollo equilibrado de las dos lenguas y el conocimiento de la cultura indígena a la par de la cultura nacional, la tercera etapa corresponde a la última década del siglo XX, que propone la educación intercultural bilingüe, es decir, el reconocimiento de la diversidad cultural y la necesidad de propiciar, desde la escuela, el diálogo de saberes, de lenguas, de valores y de las distintas visiones del mundo, para el fortalecimiento de la identidad individual y colectiva de los pueblos indígenas, así como de la sociedad nacional en su conjunto.

En Michoacán se ha dado atención al problema de la extinción de las lenguas indígenas desde hace tiempo para evitar el debilitamiento y desuso, pero no ha sido suficiente, tampoco para darles un mejor estatus en las instituciones educativas. Por el momento, las lenguas originarias no cuentan aún con el suficiente soporte institucional para su estudio, revitalización y difusión, por lo tanto, se hace imperioso buscar los medios para fortalecerlas. Sin embargo en la actualidad muchos niños y jóvenes ya no hablan la lengua p’urhepecha, ya sea por discriminación, porque sus abuelos o padres no les enseñaron, etc., por esta razón estamos perdiendo nuestra lengua. Para ello, es importante que además de hablar la lengua p’urhepecha, también haya documentos escritos en lenguas originarias porque así se puede preservar esta lengua, ya que es un elemento muy importante para nuestra cultura y con la cual se enriquece.

En décadas pasadas las lenguas originarias fueron muy castigadas debido a este y otros problemas los adultos hoy en día ya no desean enseñar a sus hijos, nietos, etc. a seguir usando su lengua, y como consecuencia muchas personas de pueblos originarios ya no hablan la lengua p’urhepecha, porque sus abuelos y/o padres tienen la creencia errónea de que el castellano es mejor que el p’urhepecha, ya que es algo que todas las comunidades p’urhepechas hacemos, por esta razón estamos perdiendo nuestra lengua, por lo cual es nuestro deber hacer algo para rescatar y valorar nuestra lengua p’urhepecha. Como respuesta a esta problemática, se realizó este proyecto para que haya más herramientas de trabajo tanto para las escuelas bilingües como para docentes de las mismas y de esta manera los niños tengan más contacto con la lengua, no la dejen de hablar y así la conservemos, además esto ayudara a la motivación, para aprenderla si no la hablan, por ejemplo; en las tareas si no saben cómo se dice algo en la lengua p’urhepecha, pueden investigar con las personas que hablan la lengua o con sus mismas familias, en el caso de los pueblos que la conservan todavía y en el caso de los que la están perdiendo, que busque a personas mayores que son los que la conservan. Por ello esta insistencia de que es muy importante que además de hablar la lengua p’urhepecha, también halla documentos escritos en lenguas originarias porque así se puede preservar la lengua.

El Censo 2010 sobre las lenguas indígenas existentes en México, arrojo datos estadísticos, que en junio del 2010 en México vivían 15.7 millones de personas que podían ser consideradas como indígenas, de las cuales 6.6 millones de personas mayores de 3 años y más, hablan alguna lengua indígena estos hablantes de lenguas originarias viven mayoritariamente en 24 estados de la república. En Michoacán había 96,966 habitantes de p’urhepecha, 4,109 habitantes de náhuatl, 3,472 habitantes de mazahua y 483 habitantes de Otomí (Dirección de Educación Indígena en Michoacán, 2007), ahora bien, el Censo 2010 arroja los siguientes registros: 167,676 habitantes de p’urhepecha y 11,622 habitantes de mazahua (Informe CDI, 2011). A priori se podría conjeturar que la población de lenguas originarias en Michoacán está creciendo, pero comparando el total del crecimiento de la población, la situación no es así. La CDI calculó el Índice de Remplazo Etnolingüística (IRE), el cual permite ubicar la situación del uso de la lengua en cada uno de los pueblos originarios, el grado de IRE para el p'urhepecha es de 0.8672 lo que quiere decir que la lengua p’urhepecha se encuentra en extinción lenta y el mazahua tiene un IRE de 0.3129 lo que implica que la lengua mazahua se encuentra en extinción acelerada.

Entonces si la lengua p'urhepecha se encuentra en peligro de extinción del modo que sea, rápida o acelerada, esta realidad es alármate, de alguna manera hay que contribuir para que no se pierda, que haya escritos sobre la lengua p'urhepecha, y sobre todo que sean una herramienta más en donde apoyarse los maestros para la enseñanza en las escuelas bilingües, para ello este proyecto de traducción al p'urhepecha de material didáctico para la enseñanza en la educación básica bilingüe; el volumen, se hace con la finalidad de contribuir a esta causa tan inquietante.

Es por ello que se piensa en esta propuesta de hacer la traducción como un recurso pedagógico sobre la enseñanza del concepto volumen en lengua p'urhepecha, justificando clara y ampliamente con las políticas educativas actuales de la CGEIB, además con la existencia de documentos en lenguas originarias se puede contribuir y se espera que al implementar este proyecto se facilite el trabajo de la enseñanza de este concepto y que los niños bilingües le den importancia a su lengua cuando vean los documentos escritos en lengua p'urhepecha.

Así mismo hay leyes que respaldan y defienden nuestros derechos como personas y como pueblos originarios, he aquí algunos artículos de La Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos.

> La Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos reconoce, en su artículo 2°, la composición pluricultural de la nación mexicana "sustentada originalmente en sus pueblos indígenas". En este mismo artículo se garantiza el derecho de dichos pueblos de preservar y enriquecer sus lenguas, conocimientos y cultura, y enuncia la obligación gubernamental de establecer políticas e instituciones sociales orientadas a alcanzar la igualdad de oportunidades, la eliminación de prácticas discriminatorias, así como el desarrollo integral de sus pueblos y comunidades mediante la participación activa de los propios indígenas (CGEIB, 2004: pág. 15).
>
> En el terreno de la educación, la Constitución mexicana señala que para abatir las carencias y rezagos que afectan a los pueblos indígenas, los gobiernos están obligados a:

> Garantizar e incrementar los niveles de escolaridad, favoreciendo la educación bilingüe e intercultural, la alfabetización, la conclusión de la educación básica, la capacitación productiva y la educación media superior y superior.
>
> Definir y desarrollar programas educativos de contenido regional que reconozcan la herencia cultural de sus pueblos, de acuerdo con las leyes de la materia y en consulta con las comunidades indígenas.
>
> Impulsar el respeto y conocimiento de las diversas culturas existentes en la nación (CGEIB, 2004; pág. 16).

La prohibición de la discriminación en México por origen étnico o cualquier otra condición, está establecida en el artículo 1° de nuestra Carta Magna, y el reconocimiento de la coadyuvancia de la educación para su logro, en la fracción II del artículo 3° (CGEIB, 2004).

De la misma manera el Convenio 169 de la Organización Internacional del Trabajo (OIT) sobre Pueblos Indígenas y Tribales en Países Independientes es un importante instrumento normativo internacional que reconoce los derechos de los pueblos indígenas. México ratificó este Convenio en 1990 y con ello adquirió un compromiso significativo para legislar y hacer respetar las recomendaciones planteadas por este instrumento. El Convenio 169 recoge las aspiraciones de los pueblos indígenas al proyectar el reconocimiento de su derecho a asumir el control de sus propias instituciones, formas de vida y desarrollo económico, así como de mantener y fortalecer sus identidades, lenguas y culturas en el marco de las naciones en que viven. Así también, subraya el derecho de los pueblos indígenas de participar en la formulación, aplicación y evaluación de los planes y programas de desarrollo nacional y regional que los afecten de forma directa (pág. 16-17).

Así también en su artículo 27 establece que los programas y los servicios de educación destinados a los pueblos interesados deberán desarrollarse y aplicarse en cooperación con éstos, a fin de que respondan a sus necesidades particulares; asimismo tendrán que abarcar su historia, sus conocimientos y técnicas, sus sistemas de valores y todas sus demás aspiraciones sociales, económicas y culturales. Los artículos 21 y 22 enfatizan el compromiso de garantizar la educación en todos los niveles de enseñanza para estos pueblos, de forma tal que gocen de condiciones de igualdad respecto del resto de la población (CGEIB, 2004).

La Ley General de Derechos Lingüísticos de los Pueblos Indígenas tiene por objeto regular el reconocimiento y la protección de los derechos lingüísticos, individuales y colectivos de los pueblos y comunidades indígenas, así como promover el uso y desarrollo de las lenguas indígenas. Dicho documento establece el reconocimiento de las lenguas indígenas como lenguas nacionales y, por tanto, poseen la misma validez que el español en el territorio, localización y contexto en que se hablan. Esto implica que todas sean válidas para efectos de cualquier asunto o trámite de carácter público, así como para acceder plenamente a la gestión, los servicios y la información pública (CGEIB, 2004).

La Ley General de Derechos Lingüísticos de los Pueblos, citado en (CGEIB, 2004), mencionada que:

> El artículo 11 establece para la población indígena la garantía de acceder a la educación obligatoria, en la modalidad intercultural y bilingüe, así como el fomento de la interculturalidad, el multilingüismo y el respeto a la diversidad y los derechos lingüísticos en los niveles medio y superior. En el mismo artículo se asienta el compromiso de asegurar el respeto a la dignidad e identidad de las personas independientemente de su lengua (pág. 18).
>
> Por su parte, el artículo 13 señala el compromiso del Estado a:
>
> I. Incluir dentro de los planes y programas, nacionales, estatales y municipales en materia de educación y cultura indígena las políticas y acciones tendientes a la protección, preservación, promoción y desarrollo de las diversas lenguas indígenas nacionales, contando con la participación de los pueblos y comunidades
>
> IV. Incluir en los programas de estudio de la educación básica y normal, el origen y evolución de las lenguas indígenas nacionales, así como de sus aportaciones a la cultura nacional;

> V. Supervisar que en la educación pública y privada se fomente o implemente la interculturalidad, el multilingüismo y el respeto a la diversidad lingüística para contribuir a la preservación, estudio y desarrollo de las lenguas indígenas nacionales y su literatura;
>
> VI. Garantizar que los profesores que atiendan la educación básica bilingüe en comunidades indígenas hablen y escriban la lengua del lugar y conozcan la cultura del pueblo indígena de que se trate (pág. 18).

También nos muestra esta ley que da una nueva forma a la fracción IV del artículo 7° de la Ley General de Educación.

> La fracción IV de su artículo 7° estipula el acceso a la educación obligatoria tanto en lengua materna como en español para los grupos indígenas, y en el artículo 38 se establece que: "La educación básica, en sus tres niveles, tendrá las adaptaciones requeridas para responder a las características lingüísticas y culturales de cada uno de los diversos grupos indígenas del país, así como la población rural dispersa y grupos migratorios" (pág. 19).

Además la Ley General de Educación declara los fines de la educación mexicana (art. 7°):

> En la sección "IV" expone, "Promover mediante la enseñanza el conocimiento de la pluralidad lingüística de la Nación y el respeto a los derechos lingüísticos de los pueblos indígenas" (pág. 19).

Algunos planteamientos de la Ley Federal para Prevenir y Eliminar la Discriminación, promulgada en junio de 2003 para reglamentar el mandato del artículo 1° constitucional, prohíbe toda práctica discriminatoria que impida, o anule, el reconocimiento o ejercicio de los derechos y la igualdad real de oportunidades de las personas (art. 9°); para el efecto define, entre otras conductas discriminatorias, las siguientes según (CGEIB, 2004).

> II. Establecer contenidos, métodos o instrumentos pedagógicos en que se asignen papeles contrarios a la igualdad o que difundan una condición de subordinación.

V. Limitar el acceso a los programas de capacitación y de formación profesional.

XXV. Restringir o limitar el uso de su lengua, usos, costumbres y cultura, en actividades públicas o privadas, en términos de las disposiciones aplicables (pág. 20-21).

1.2 Objetivo general

Este trabajo de tesis tiene como objetivo traducir material didáctico del campo de las matemáticas al p’urhepecha, para así contribuir con el desarrollo y rescate de las lenguas originarias de Michoacán que a la vez sirva como una herramienta para el apoyo en la enseñanza del concepto volumen.

1.3 Objetivos particulares

- Traducir material didáctico en lengua p’urhepecha.
- Identificar concepciones originarias de la lengua p´urhepécha relacionados con el volumen.
- Promover el uso de los conceptos originarios relacionados con las matemáticas.
- Ampliar el uso de los conceptos originarios de la lengua p’urhepecha hacia el campo de las matemáticas.
- Ampliar los espacios de uso de la lengua de lo cotidiano al ámbito académico.

II Metodología

A continuación en esta sección, se mostraran y explicaran las teorías y métodos que sustentan tanto la investigación sobre la enseñanza del tema volumen, como la del método que se usa para realizar la traducción. Se divide en dos apartados uno explica la traducción del material de matemáticas, y otro que describe las teorías que sustentan el trabajo de investigación sobre la enseñanza del tema volumen.

El acoplamiento de los dos enfoques metodológicos (lengua p'urhepecha y matemáticas), se sustenta en "la utopía de la lengua p´urhepecha" (Jacinto, 2010), y los Modelos Teóricos Locales por (Filloy, 1999), respectivamente. Para el estudio referente a la enseñanza del concepto volumen, el desarrollo está centrado en la educación matemática. Respecto a la traducción, la semántica va más asociada al símbolo y al uso de la palabra y no al significado del texto original, sino como se usa la lengua p'urhepecha.

En la traducción/interpretación del español al p'urhepecha, se trató de construir una traducción para que la gente lea y use la lengua p'urhepecha, con esto se espera que se entienda la lectura y con ello se reconozca la riqueza de las lenguas originarias, ya que haciendo solamente una reducción literal y no la interpretación, se recae al uso del idioma español, está es una de las deficiencias que se han observado en algunos trabajos de traducción. Lo anterior puede responder a la siguiente pregunta ¿Por qué sabiendo leer p'urhepecha no se practica cotidianamente?

2.1 Metodología para la investigación matemática "Modelos Teórico Locales"

El marco teórico y metodológico para la investigación en Matemática Educativa opto por los Modelos Teóricos Locales (Filloy, 1999), que de ahora en adelante se escribirá con las siguientes siglas (MTL) contemplan cuatro componentes; 1 de enseñanza, 2 de competencia, 3 de comunicación y 4 formal. Uno de los componentes más significativos para desarrollar el trabajo de traducción es el componente de competencia en el dominio cuya enseñanza y aprendizaje del tema volumen en lengua p´urhe el cual va a tratar de desarrollarse. En este marco de los MTL se desempeña como papel central, la idea de organizar lo que se elabora en la investigación, es decir, como organizar los resultados de la investigación, eso es un MTL. Es local, porque solo se refiere a un determinado grupo de alumnos con características propias (Puig, 2008), pero que también puede servir como punto de partida para otro modelo con diferentes alumnos y diferentes características propias de los nuevos.

Los MTL son para dar a conocer lo que pasa en una situación de enseñanza y aprendizaje, así mismo dar a conocer las situaciones de enseñanza y aprendizaje para comunicarse y desarrollar los sentidos de comunicación. Este punto de vista semiótico, así como en toda situación de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es preciso tener presente, sus tres personajes fundamentales, 1 al profesor, 2 al alumno y 3 las matemáticas, que lleva a considerar cuatro componentes de los MTL: (a) un componente de competencia, (b) un componente de actuación (o de los procesos cognitivos), (c) un componente de enseñanza y (d) un componente de comunicación.

Los componentes dentro de una investigación no tienen un orden específico, sino que se puede trabajar en pares de acuerdo al desarrollo de dicha investigación, por ejemplo, el término competencia en el par competencia/actuación se ve como un antecedente del uso, es decir, los lectores que son los alumnos enfrentados a una situación de enseñanza y aprendizaje, en la que, a menudo, emisor (profesor) y receptor (alumno) no comparten el código en su totalidad, incluso porque es precisamente código lo que se está enseñando y aprendiendo. Por otro lado, las actuaciones de los sujetos también se explican mediante la elaboración de modelos de actuación que dan cuenta de actuaciones, competentes o no, en el dominio matemático en cuestión, en los que las conductas observadas se describen con respecto a las predichas por el modelo de competencia (Puig, 2008).

Cuando se trata de un alumno concreto o de un grupo seleccionado para desarrollar el modelo se trata de un modelo de actuación local, ya que no puede considerarse que este modelo dé cuenta de su competencia en el dominio en cuestión a otros grupos u otros sujetos, sólo da cuenta de lo observado en las circunstancias en que se hayan tomado los datos.

Dentro de los Componentes de competencia de MTL, para elaborar el modelo de competencia, una vez delimitado el mundo de la resolución de problemas a estudiar, y la clase de problemas, se describe a un tutor ideal para resolver los problemas. Así, "El modelo de competencia", expone los resultados de una investigación sobre el estilo heurístico de resolución de problemas.

La lista de elementos del modelo de competencia centrales del estilo heurístico está formada por destrezas con potencial heurístico, sugerencias heurísticas, herramientas heurísticas, métodos de resolución con contenido heurístico, patrones plausibles, el gestor instruido, y una concepción de la naturaleza de la tarea de resolver problemas según la cual ésta se realiza con fines epistémicos (Puig, 1996).

El modelo de competencia es uno de los componentes del MTL que se elabora para la investigación y está relacionado con los otros componentes del modelo, en particular con los componentes de actuación y enseñanza.

El modelo de enseñanza, por su parte, se elabora en la investigación con el fin de que los alumnos terminen siendo competentes en el sentido que define la competencia y lo pongan a prueba en la investigación examinando las actuaciones de los alumnos tras ser enseñados con tal modelo de enseñanza con respecto al modelo de competencia. Además, en su elaboración se toma también en consideración lo que nos dice el modelo de actuación sobre cómo se comportan los alumnos.

En efecto, si los conceptos matemáticos se conciben como medios de organización de fenómenos del mundo de nuestra experiencia, entonces el sujeto epistémico de las matemáticas tiene las competencias que le permiten organizar los fenómenos de manera a como los conceptos matemáticos los organizan. La elaboración del modelo de competencia de un concepto o estructura conceptual, es decir, la descripción de los poderes del sujeto epistémico, ha de tener por tanto el análisis fenomenológico como un componente fundamental.

Las competencias que permiten organizar los fenómenos no pueden obtenerse de un análisis de los fenómenos, sino de un análisis fenomenológico de los conceptos que los organizan. Lo que el currículo pretende es enseñar a organizar los fenómenos, mediante los medios de organización histórica, social y culturalmente establecidos para organizar esos fenómenos, es decir, mediante los conceptos matemáticos.

2.2 Metodología para la traducción del tema volumen al p'urhepecha

Dado que entender un lenguaje requiere de su conocimiento, antes de seleccionar la metodología propuesta para la traducción se comenzara por hacer la siguiente pregunta ¿Para qué usan los niños el lenguaje?

En los últimos años se ha tratado de analizar como obtienen el lenguaje los niños, por ello en este apartado nos centramos en lo que objetivamente hacen los niños con la lengua, ya que es algo que se puede analizar y estudiar a simple vista.

Se podría decir que el proceso para aprender una lengua comienza desde el nacimiento, ya que los padres aprovechan algunos movimientos y ruidos para aparentar la comprensión de la conversación interactiva con los bebes. Entonces es cuando los bebes empiezan a usar y controlar su aparato vocal, experimentando todas las posibilidades de pronunciación que este le permite, aunque los sonidos que exprese no les da ningún significado. Paulatinamente deja de hacer sonidos, porque los padres, le ayudan y provocan la expresión de algunos con relación de otros, en una especie de disminución lenta. Una de las principales formas en que los padres ayudar a los niños en ese proceso de descubrimiento es relacionando determinados sonidos a determinadas rutinas.

Entonces, bajo esta premisa la lectura y uso de la lengua p'urhepecha en contenidos matemáticos puede contribuir a los objetivos, que esta tesis plantea, cuando los profesores constantemente repitan las palabras de matemáticas en lengua originara, ya que el niño se apoya de esa manera para ampliar su habla e intelecto.

El doctor Herón Pérez M. en *La utopía* de la lengua p'urhepecha en "El papel de la traducción en el desarrollo de las indígenas", describe el panorama general de la importancia que ha tenido la traducción amplificando los espacios culturales, al hacer posible el paso de un circulo lingüístico a otro distinto (Jacinto, 2010). Un gran porcentaje del conocimiento humano es verbalizado y la lengua en la que se expresa, cierra una manera especial de ver el mundo que cambia de la manera en que se vive, mediante sus representaciones, como las sensaciones y acciones que provienen de aquellas.

La lengua es la primera de las tradiciones de todo pueblo y en el proceso de traducción se abren a posibles arreglos del espíritu procedente de tradiciones ajenas y con ello extiende su propia ordenanza de la realidad y su expresión verbal. La traducción bien realizada forja y enriquece al sistema en contextos de cada pueblo. Un ejemplo claro es la actual construcción de la cultura mexicana. Esa conformación es testimonio de la transculturación que se realiza en la conquista espiritual del nuevo mundo. Ciertamente la evangelización se apoya en la traducción, pero no solo en el ámbito religioso, porque era preciso el traslado de la alta cultura europea, con sus autores clásicos y con otras obras que nunca se publicaron. El doctor Pérez Martínez, da a conocer cuatro tipos principales de traducción, una de ellas son las escolares (que principalmente nos llevaron al estudio de las tradiciones lexicográficas). De esta manera la traducción es un factor de enriquecimiento bilateral entre las lenguas y las culturas, a favorecer al entendimiento entre los pueblos y promoviendo su intercomunicación (Jacinto, 2010).

Otro trabajo de investigación que apoya la metodología planteada para la traducción/interpretación consiste en las experiencias de la revitalización y rescate de las lenguas por medio de metodologías multimedia, que pretende facilitar la reflexión metalingüística de los hablantes de lenguas minoritarias y con ellos facilitar la creatividad y uso de la imaginación (Villavicencio, 2010). Mediante el uso de la computadora se hace de la misma manera, insiste en la lengua materna y segunda lengua de la manera que el desarrollo lingüístico no sea particular más bien con un enfoque de interacción, constructivo y comunicativo que permite enriquecer las habilidades de los participantes.

Es evidente que en la tarea de refuncionalizar las lenguas indígenas para utilizarlas en la enseñanza a todos los niveles escolares es indispensable estandarizarlas y modernizarlas; sin embargo, las normas de estandarización no son adecuadas todavía y quedaron como tema de futura discusión, por otra parte modernizar las lenguas indígenas permanece como una tarea impostergable (Jacinto, 2010, pág. 16).

2. 2.1 La traducción

La traducción es y ha sido una herramienta muy importante para las culturas, pues es de gran ayuda para el enriquecimiento de las mismas desde sus orígenes, dando que es muy compleja la escritura que desempeña una cultura en la vida cotidiana.

Una cultura es un ambiente donde convive una diversidad de lenguajes Lotman, de ahí nace su concepto de “semiosfera” admitiendo también que puede ser definida por analogía con la biosfera como, el campo donde todo el sistema de signos puede funcionar y donde la comunicación se realiza dando resultado de nuevas informaciones.

Si en un pueblo la lengua se alimenta por la traducción, su cultura tiene la herramienta más grande por la cual se desarrolla y se enriquecen sus bagajes textuales, discursivos, léxicos, sintácticos, semánticos y aun estilísticos. Por lo tanto en una cultura la lengua desempeña un papel central y tiene un sistema de acceso de las cosas que les interesan (Jacinto, 2010).

En cuanto a la parte lingüística, para la estandarización del alfabeto p'urhepecha se consultó a expertos lingüistas, así como a personas hablantes de diferentes regiones, para considerar, tanto en la traducción como en los diccionarios, las variantes conocidas. En seguida se procederá a la programación, rediseño y traducción del material didáctico.

Sobre el sistema de escritura en p'urhepecha, dado que aún no existe una política lingüística para la escritura en esta lengua, en este proyecto se empleará la norma más aceptada que estructura cada palabra a partir de una raíz semántica u onomatopéyica a la que se le agregan los morfemas necesarios para definir el concepto, por ejemplo VOLUMEN al p'urhepecha no se puede describir como tal sino como los siguientes conceptos; jatanhikua= espacio dentro de un cuerpo, konhikua= medidas de capacidad, yonhikua= lo profundo de un cuerpo, k'ekua = lo grande de un cuerpo, sapichu = lo pequeño de un cuerpo, yóskua= lo largo de un cuerpo, koskua= lo ancho de un objeto, kanikua= lo mucho de algo, santk'u= lo poco de algo etc.

Sin embargo, para la escritura se utilizarán las siguientes grafías: en primer lugar los Consonantes mayúsculas y minúsculas como: bilabiales P y M, bilabial eyectiva P', apico dental T, apico dental eyectiva T', apico dental nasal N, apico dental vibrante R, apico dental retrofleja RH, alveolar TS y S, alveolar aspirada TS', palatal CH, paladar aspirada CH', paladar fricativa X, glotal J, velar K, velar aspirada K', velar nasal NH.

De la misma manera los semiconsonantes se utilizaran mayúsculas y minúsculas como: palatal I e Y, bilabial U y W. Y finalmente las vocales también se usaran mayúsculas y minúsculas, según lo pidan las palabras, de la misma manera se usa doble vocal, cuando represente modo, tiempo o contenga un verbo auxiliar y por último se usa la (ï) cuando el sonido lo pida. Ejemplo:

Consonantes

Bilabiales	P, p, M, m	**P**ámpitpiriichaksï, **P**atsarakwa, **P**ukiichaksï **M**ítenhasïnti, **M**arhoasïnti, **M**iyupaa
Bilabial eyectiva	P’,p’	**P**’orhe, **P**’irasptiksï, **P**’ichipiri, **P**’itantask’a: a principio de palabra
Ápico dental	T, t	**T**anipuruksï, **T**súntsú, **T**erukuntasïnti, **T**iamueri **T**ayankeriichani
Ápico dental Aspirada	T’, t’	**T’**amu, **T’**achani: a principio de palabra t’u**t’**uri, úaan**t’**ani, un**t’**ak’a: a mitad de palabra
Ápico dental nasal	N, n	**N**ena, **N**oksï, **N**amunksï, **N**ari
Ápico dental vibrante	R, r	E**r**aerata, te**r**ukuntasïnt, i**r**ekwa, kwi**r**unharhik’u, e**r**atsijki (nunca aparece a principio de palabra)
Ápico dental retrofleja	RH, rh	Takukata**rh**u, ma**rh**oasïnti, era**nh**a (nunca aparece a principio de palabra)
Alveolar	TS, ts, S, s	**Ts**akapu, **Ts**ípikwarhixati, **Ts**ïreri: a principio de palabra Ta**ts**ekua, koj**ts**ïkurakua: a mitad de palabra **S**ïrant’a,**S**ántkwepani, **S**ánteru
Alveolar aspirada	TS’, ts’	**Ts’**umintikuechani, **Ts**’irimpiiri, **Ts’**erikata **Ts’**éritanhasïnt’i: a principio de palabra Kan**ts’**akateecha: a mitad de palabra
Palatal	CH, ch,	**Ch**ájtu, **Ch**ekakwa, **Ch**iit’i: a principio de palabra E**ch**akua, moku**ch**ini, i**ch**akwa: a mitad de palabra
Palatal aspirada	CH´,ch´	**Ch’**anani: a principio de palabra
Palatal Fricativa	X, x	**X**anhari, **X**apu, , **X**anteru, **X**ani: a principio de palabra já**x**eka, e**x**e: a mitade de palabra
Glotal	J, j	**J**inkoni, **J**atanhejka, **J**impo, **J**amperi **J**arhankutapaa **J**orhentpiri, **J**ókukata, **J**ák’i (es **H** en el AFI y en cualquier gramática, salvo el

		castellano)
Velar	K, k	**K**aranhantasïnk’i, **K**ónhesïnt’i, **K**anhekwa **K**anharhikuechani, **K**oakurhakua, **K**utsari
Velar aspirada	K’, k’	**K’**oru, **K’**uetsapetarakwa: a principio de palabra ko**k’**urakuecha k’ue**k’**uetsaxesk’i**:** a mitad de palabra
Velar nasal	NH, nh	Kó**nh**esïnt’i, ka**nh**ekwa, yoa**rh**iaxati, yó**nh**eni (nunca aparece a principio de palabra)

NOTA: Se respetó el sistema de escritura en neologismos: cubicu, centímetro, cajarhu, plastilineri, Julián, cuadrucha, mastique, sebo, parafina etc.

Semiconsonantes

Palatal	I, i, Y, y	**I**oarhiaxati, **I**oxurhakwa, **I**umu, **I**akata **I**ásï **I**óparhapaski. **Y**oarhixati, **Y**oxurhakwa, **Y**umu, **Y**ákata, **Y**ásï **Y**óparhapaski.
Bilabial	U, u, W, w	**U**éena, **U**inikweri, **U**arhukwa, **U**inipkuraati **U**inipkuraati, **U**anaparapak’a. **W**éena, **W**inikweri, **W**arhukwa, **W**inipkuraati **W**anaparapak’a. Así mismo se identifica cuando se presenta el diptongo **WA** o cuando es parte de **KW** o **TW**. Por ejemplo en: **W**ánta**kua**ntani, Wintsindek**ua** **tw’**intki, **kw’**imupant’ani…

Vocales

a, e, i, o, u, ï	Se usó doble vocal, cuando presenta modo, tiempo o hay un verbo auxiliar: Wanapar**aa**k’a: alrededor de algo W**ée**na: empieza Ts’irimp**ii**ri: delgado Se usó la **ï** después de “**S**” o “**TS**” cuando el sonido lo

pida:
Ari**sï**: asi
Itsïirantskata: descongelar

Tonos y acentos

Inteni, ampakiti, t'ireni, k'umanta	Acento prosódico en la segunda sílaba no se marca con tilde.
Jínteni, kúnkorhekwa, t'ínskua	Acento ortográfico, en la primera sílaba se marca con tilde.
T'i**re**r**aa**xamempka, p'i**ku**ntst**ii**cha, t'i**re**st**ia**	Acento doble: en la segunda sílaba es prosódica y en la siguiente es morfema pluralizanté
ú, í, né, ná, ám,	Acento diacrítico, en monosílabos

Signos

Punto	.	Para hacer pausa larga
Dos puntos	:	Para llamar la atención sobre lo que sigue
Puntos suspensivos	…	Para hacer una interrupción voluntaria
Coma	,	Para hacer pausa breve
Punto y coma	;	Para hacer pausa intermedia
Interrogación	?	Para abrir pregunta úsese: Anti, Né, Ná, Nó según el contexto; Para cerrar úsese también KI, siempre que no altere el contexto.
Exclamación	¡!	Para exclamar
Paréntesis/corchetes	( ) [ ]	Para acotación o inciso
Diéresis	¨	Para indicar la vocal central cerrada Ï

Figuras

Negación	Ám, ó No; ámbe t’ire = ám t’ire = nótkini t’iresïnka
Estructura natural SOV	Juanu maría jinkuni t´irexati (Juan con María es que comiendo está)
	María nimakjembani jikuaraxati (María a su nieto es que bañando está)
Adverbios	Chéeni: chéeni uandajki, chéeni uandarii (como es hablador, que buen discursante es.
Adjetivos	Xáni: xánti chémskaka, xani tírejka, xáni kánekua (Cuan)
	Kástani: kástanti arhintaspkia, kástani ixu jarhaspka (suposición)
	Uso de YA (ahora): t’ireskiriá, (t’ireskiri ya) arhiskiá (arhiska ya)

En cuanto a productos esperados o resultados a obtener de la propuesta; por resultado habrá una traducción de material didáctico para la enseñanza del tema volumen en la lengua p’urhepecha. Por lo tanto en el impacto de la propuesta, este proyecto se llevara a practica en las escuelas bilingües de la meseta p’urhepecha y como transferencia del conocimiento de este proyecto se llevara a cabo por talleres con los maestros de la meseta p’urhepecha.

2. 3 Bases conceptuales sobre el volumen

La noción que mucha gente tiene sobre las matemáticas es que, son ajenas a nuestra concepción del mundo, sin embargo, todos las utilizamos, porque las matemáticas no son solo un asunto escolar para salir adelante en los estudios, sino que también son un asunto de la vida diaria y en realidad todos los usamos en mayor o menor grado, ya sea con el simple hecho de ir a una tienda y comprar algo sabemos cuánto nos van a dar de cambio, pero cuando nos viene a la mente las matemáticas, todo eso se nos olvida (Alatorre, 2011).

Por lo tanto la vida diaria es una fuente de conocimiento, campo en el que esta se aplica sin que importe de donde o como lo aprendemos, tenemos que saber lo más básico de las matemáticas, como aprender cuanto nos cobran en un recibo de electricidad, al comprar algo con un billete cuanto nos dan de cambio y las de más cosas que son necesarias para la vida cotidiana. Las matemáticas varían desde un problema acerca de teorías a una de necesidad de la vida cotidiana.

Las matemáticas tienen un campo de estudio similar a la enseñanza de los adultos para leer o simplemente comprender como funciona la sociedad en la vida cotidiana que se llama numeralismo, donde la idea principal es que las personas adquieran una herramienta matemática de trabajo que se ocupe, para salir adelante en los estudios y en la vida cotidiana, por ejemplo usar las matemáticas para hacer cuentas mentalmente en el mercado. “El numeralismo es la capacidad de obtener, usar, interpretar y comunicar información e ideas matemáticas, con el fin de participar en una variedad de situaciones de la vida adulta y manejar sus requerimientos matemáticos” (Definición de PIAAC). El comportamiento numerológico, involucra que la gente sepa resolver un problema en una situación real, además de que sepa comprender la información matemática de todo tipo (Alatorre, 2011).

El numeralismo, sirve para observar cómo las matemáticas están en todas partes y como los usamos, de forma consciente o inconsciente, en mayor o menor grado, cada una de las personas para sus propósitos, las matemáticas en la vida cotidiana no tiene reglas para la resolución de problemas, y no es solo para cuestiones escolares como se piensa, sino algo que incumbe a todos en la vida diaria, aunque pensemos que no sabemos o no usamos las matemáticas es al contrario. Sin embargo sería bueno que los maestros de primaria y secundaria reforzaran mejor los conocimientos porque con esas matemáticas que aprendemos en las escuelas es con lo que tratamos de defendernos en la vida cotidiana y a veces es errónea aferrarse a la tradicional forma de resolver los problemas en la vida real a como los aprendemos en la escuela.   Más bien si las condiciones de trabajos de los maestros fuera reforzado, los resultados serían mejores en las aulas y para la población en general.   Sin embargo este proyecto se enfoca especialmente en el concepto volumen, ya que es el tema de más interés, que no se ha estudiado en la lengua p'urhepecha, por lo tanto, se dará otras opciones del concepto volumen en donde apoyarse los maestros de la educación básica para que así se enseñe la lengua p'urhepecha en las escuelas bilingües, y concientizar un poco más para contribuir en la conservación de la lengua p'urhepecha, ya que de este trabajo se hará una traducción al p'urhepecha para tener una herramientas más en la enseñanza de la lengua p'urhepecha, por ello la importancia que este documento este escrito en la lengua p'urhepecha.

La investigación de la que se obtuvieron las secuencias didácticas está basado en una teoría propia de las matemáticas, la Educación Matemática Realista (EMR), una teoría que se le atribuye a Freudenthal (1983), en su teoría él apoya la idea de que las cosas que se les enseñen a los alumnos en la escuela, deben ser cosas reales, cotidianas y en su propio idioma, que los profesores tengan una relación de iguales, donde el alumno aprende del maestro y de sus compañeros pero también el profesor aprende de sus alumnos.

Para desarrollar el enfoque de la EMR Freudenthal (1983) aplica un análisis fenomenológico que contempla un análisis fenomenológico del concepto a enseñar, también lo denomina análisis fenomenológicos didácticos, que consiste básicamente en indagar las diferentes formas en que se puede representar un concepto específico.

Para el concepto volumen, algunas de las actividades que se consideran indispensables bajo el análisis fenomenológico que da la Dra. Sáiz realizó (1999) para la formación del objeto volumen son las siguientes:

- Hacer muchas transformaciones con sólidos, semillas, harinas y líquidos, como moldear, verter.
- Transformaciones de romper y rehacer, sumergir en líquidos y otras.
- Hacer repartos justos (de pan, masa, plastilina, líquido).

- Comparar y reproducir (con otra forma).
- Medir.

(Alatorre, 2011).

Para Freudenthal, mientras más variedad haya en las actividades realizadas en clase, mejor será el resultado. Analizando el modelo de enseñanza mexicano a partir de las recomendaciones de Freudenthal, de otros expertos y de lo que se desprende de resultados relacionados con aspectos formales del volumen desde la disciplina misma y de los procesos cognitivos, considera que el eje de medición plasmado en los planes y programas de primaria y secundaria tiene dos características importantes:

1. En la primaria, el tratamiento dado a algunas magnitudes es más variado y completo que el dado a otras. La longitud y el área dan un espacio a la percepción y a las transformaciones que las dejan invariantes. En estas magnitudes hay también mucho trabajo con unidades no convencionales. Sin embargo, no es el caso del volumen. El estudio de este contenido se inicia en cuarto grado, pero sólo hay una lección que trata la medición de volúmenes con unidades no convencionales. En quinto y sexto hay algunas más, la mayoría centradas en el cálculo de volúmenes de paralelepípedos aplicando la fórmula y usando unidades convencionales.

2. En primaria y secundaria se trabaja muy poco la estimación de magnitudes, la estimación del volumen no es un contenido a tratar. Esta es quizás una carencia que el maestro debe remediar ya que la estimación es una actividad importante y útil, la cual puede dar mucho sentido al aprendizaje de los conceptos de medición.

2. 3.1 El volumen

El volumen es una magnitud escalar definida como la extensión en tres dimensiones de una región del espacio. Es una magnitud derivada de la longitud, ya que se halla multiplicando la longitud, el ancho y la altura. Desde un punto de vista físico, los cuerpos materiales ocupan un volumen por el hecho de ser extensos, fenómeno que se debe al principio de exclusión de Pauli.

La *capacidad* y el *volumen* son términos equivalentes, pero no iguales. Se define la capacidad de un recipiente; como la propiedad de un cuerpo de contener otros dentro de ciertos límites. La capacidad se refiere al volumen de espacio vacío de algún cuerpo que es suficiente para contener a otro u otros cuerpos. Matemáticamente el volumen es definible no sólo en cualquier espacio euclídeo, sino también en otro tipo de espacios métricos que incluyen por ejemplo a las variedades de Riemann.

La unidad de medida de volumen es el Sistema Internacional de Unidades es el metro cúbico. Para medir la capacidad se utiliza el litro. Por razones históricas, existen unidades separadas para ambas, sin embargo están relacionadas por la equivalencia entre el litro y el decímetro cúbico: 1 dm^3 = 1 litro = 0,001 m^3 = 1000 cm^3.

En nuestra vida cotidiana nos movemos en un mundo de tres dimensiones. Todos los objetos que existen en este mundo tienen volumen. Nuestros movimientos de manera implícita toman en consideración nuestro propio volumen. Sabemos si podemos pasar o no por debajo de una cerca o si un vestido nos queda, aun antes de medírnoslo. También manejamos con destreza el volumen de los cuerpos que nos rodean y los espacios delimitados por paredes. El volumen es la magnitud de nuestro mundo.

Por otro lado medir es una actividad común en todas las sociedades, así que no es extraño que en muchas ocasiones necesitemos medir el volumen de un cuerpo. De modo que el concepto de volumen tiene su importancia en nuestra vida cotidiana y además es uno de los contenidos señalados en planes y programas de estudio, no sólo en nuestro país, es por ello que los maestros necesitan enseñar este concepto a sus estudiantes. Generalmente, para enseñar cualquier concepto matemático, es de gran utilidad tener conocimientos sobre: a) el concepto en cuestión desde el punto de vista de las matemáticas, b) algunas dificultades cognitivas que se han detectado en estudios realizados con niños y c) por ultimo modelos de enseñanza propuestos por expertos para el concepto en cuestión.

De los puntos importantes que se obtuvieron a partir del análisis fenomenológico que se realizó (Sáiz, 1999), para el volumen a continuación se da una pequeña descripción de cada uno de ellos:

2.4 Una propiedad de los cuerpos susceptible de ser medida

Los objetos del mundo tienen diferentes cualidades, algunas son físicas, otras químicas.

Algunas se perciben a simple vista, tocando o usando otros de nuestros sentidos. Algunas requieren de instrumentos como el microscopio u otros aparatos para ser percibidas. Entre estas cualidades hay algunas susceptibles de ser medidas: la longitud, la superficie, la temperatura, la capacidad, el volumen y otras. También hay propiedades que no pueden ser medidas como el color, la textura, la forma. Medir es tan común que de pronto se confunde la propiedad que estamos midiendo, la magnitud, con su medida y la cuestión se complica más aún cuando todo se mide con las mismas unidades, con el mismo sistema de medición.

Los sistemas de medidas surgen como una necesidad de regular el comercio.

El **litro** (símbolo **l** o **L**) es una unidad de volumen equivalente a un decímetro cúbico (1 dm^3). Su uso es aceptado en el Sistema Internacional de Unidades (SI), aunque ya no pertenece estrictamente a él.

Fue creado por el sistema métrico decimal original como unidad de volumen de líquidos y más tarde adoptado por la Oficina Internacional de Pesas (basculas) y Medidas en 1879.

En su origen fue definido como el volumen de un decímetro cúbico, pero en 1901 fue descrito como el volumen ocupado por una masa de 1 kg de agua pura en su máxima densidad y a presión normal (a 4 °C y 1 atm respectivamente). Esta definición fue derogada en 1964 porque el litro difería del decímetro cúbico en aproximadamente 28 partes por millón, induciendo a error en las mediciones que requieren bastante precisión. Actualmente sólo es usado como un nombre especial del decímetro cúbico.

Es la única unidad que posee doble símbolo reconocido (l o L). El símbolo original es **"l"**, debido a que los símbolos de las unidades se escriben en minúscula (excepto aquellas que provienen de nombre propio). No obstante, en el año 1979 se adoptó el símbolo alternativo **"L"** para disminuir el riesgo de confusión entre la letra l y el número 1 en ciertas tipografías. Antes de 1979 se usaba **ℓ** que todavía está presente en el uso, aunque no en la norma.

El **litro** (símbolo **l** o **L**) es una unidad de volumen equivalente a un decímetro cúbico ($1\ dm^3$). Submúltiplos y Múltiplos del Sistema Internacional para litro (l)					
Submúltiplos			**Múltiplos**		
Valor	Símbolo	Nombre	Valor	Símbolo	Nombre
10^{-1} l	**Dl**	**Decilitro**	10^{1} l	dal	Decalitro
10^{-2} l	**Cl**	**Centilitro**	10^{2} l	Hl	Hectolitro
10^{-3} l	**Ml**	**mililitro o centímetro cúbico**	10^{3} l	**Kl**	**kilolitro o metro cúbico**
10^{-6} l	**µl**	**Microlitro**	10^{6} l	Ml	Megalitro
10^{-9} l	Nl	Nanolitro	10^{9} l	Gl	Gigalitro
10^{-12} l	Pl	Picolitro	10^{12} l	Tl	Teralitro
10^{-15} l	Fl	Femtolitro	10^{15} l	Pl	Petalitro
10^{-18} l	Al	Attolitro	10^{18} l	El	Exalitro
10^{-21} l	Zl	Zeptolitro	10^{21} l	Zl	Zettalitro
10^{-24} l	Yl	Yoctolitro	10^{24} l	Yl	Yottalitro

Tabla 1.- Submúltiplos y Múltiplos del Sistema Internacional para litro (l) (https://es.wikipedia.org/wiki/Litro).

Estos sistemas se van refinando con el paso del tiempo y con los avances tecnológicos hasta llegar a los sistemas más utilizados en la actualidad y, entre ellos, al que nosotros, y casi todo el mundo, utilizamos: el Sistema Métrico Decimal.

Pero las grandes ventajas de este sistema se convierten, al mismo tiempo, en un obstáculo para comprender las magnitudes. El SMD parte de una unidad de longitud: el metro, de aquí se pasa a dos dimensiones y tenemos el metro cuadrado y luego a tres y tenemos el metro cúbico. De cada una de estas unidades, por medio de potencias de diez, se obtienen los múltiplos y submúltiplos. Así, el decímetro cúbico, que corresponde a la milésima parte del metro cúbico, corresponde al litro, la unidad de capacidad del SMD; y lo que pesa un litro de agua se convierte en la unidad de peso: el kilogramo o kilo. Este orden es seductor, pero transmite un mensaje que no tiene que ver con el desarrollo de la medición y de los sistemas de medida.

En las costumbres rurales en nuestro país las medidas de longitud, tradicionales o antiguas, no siguen el orden: longitud, área, volumen. A veces la medida se da con referencia a la posición que tendrá el sol cuando se llegue al destino. El área o la superficie de un terreno se calcula, en ocasiones, por la cantidad (volumen) de semillas que pueden sembrarse ahí de manera óptima.

Este cambio de perspectiva entre procedimientos de cálculo de volúmenes en los que el proceso involucrado consiste en un conteo eficiente de unidades de la misma naturaleza de aquello que se pretende medir y otros procedimientos, en los cuales los cálculos involucran comparaciones entre unidades de distinta naturaleza a la que se está midiendo, como son longitudes y áreas en el caso del volumen, acarrea dificultades cognitivas en el proceso de aprendizaje.

Los conflictos relacionados con el paso de procedimientos unidimensionales a bidimensionales para medir el volumen, posiblemente también estén detrás del resultado de Ricco y Vergnaud (1983) sobre las dificultades detectadas, en alumnos de cuarto grado en adelante, para deducir la fórmula para obtener el volumen de un paralelepípedo; ya que, como se ha visto, no es tan natural como pareciera, el considerar medir un objeto tridimensional midiendo sus dimensiones lineales.

Dentro de la matemática formal, este cambio de dimensionalidad en relación con el cálculo del volumen se refleja a través del estudio de la integral. El método de Cavalieri para obtener volúmenes consistía en medir los sólidos que se formaban al cortar el cuerpo con planos paralelos a su base. La idea de Cavalieri era la de considerar todos los planos paralelos a la base que cortan al cuerpo, lo que da como consecuencia una serie de sólidos infinitamente delgados. La suma del volumen de estos “sólidos” sería el volumen del cuerpo original.

Como se desprende de los párrafos anteriores, si bien el volumen, como la longitud y el área, es una cualidad de los cuerpos susceptible de ser medida y por tanto comparte propiedades comunes a todas las magnitudes; también tiene cualidades que lo identifican y lo convierten en un concepto que se debe enseñar de manera independiente a la longitud y al área, no como una extensión de éstos. También hemos visto que el orden: longitud luego área luego volumen, elegido para la enseñanza de la medición en todos los niveles y en todas las épocas, no es natural y que esto se percibe cuando se estudian y analizan los sistemas de medición antiguos y tradicionales y se refleja en investigaciones actuales realizadas con niños.

1. *La conservación de la sustancia*

Piaget se dio cuenta de la importancia de la idea de conservación de la cantidad y la sustancia para la formación de algunos conceptos matemáticos y dedicó mucho de su trabajo a ello. Una contribución importante se relaciona con los significados que los niños atribuyen al vocablo volumen. Piaget Inhelder y Szeminska (1960) distinguen tres significados diferentes. Tan diferentes que las edades para las que se logra la conservación de cada uno de ellos es distinta. Los significados son:

- Volumen interno (la cantidad de unidades de material que conforman un cuerpo)
- Volumen ocupado (la cantidad de espacio que ocupa un cuerpo en relación con otros objetos del entorno)
- Volumen desplazado (el volumen de agua desplazado por un cuerpo que se sumerge en este líquido)

Para el volumen interno, de acuerdo con Piaget, Inhelder y Szeminska (1960) la conservación se logra entre los siete y los once años; mientras que para los otros dos significados, las edades señaladas para su conservación son de 12 a 13 años. Esta diversidad de significados y de edades para su conservación marca otra diferencia con la longitud y el área.

Más recientemente Hart (1984) y su equipo aplican un cuestionario sobre varios temas matemáticos a estudiantes de 12 a 15 años de edad. Para el volumen, la mayoría de las preguntas son adaptaciones de las tareas piagetianas a un cuestionario de lápiz y papel. Sobre estas preguntas sus conclusiones es que algunos de estos niños tienen problemas con la conservación del volumen (Sáiz, 2002). Encontró que los maestros de primaria también están confundidos respecto a lo que une y a lo que separa los conceptos; capacidad y volumen. Ella considera que el problema disminuiría si, cada vez que se va a trabajar con alguna magnitud, se hace hincapié en los objetos susceptibles de ser medidos respecto a dicha magnitud. Para ella es importante que los alumnos se den cuenta de la diferencia entre los objetos susceptibles de ser medidos respecto al volumen (cualquier objeto de nuestro mundo) y los objetos susceptibles de ser medidos respecto a la capacidad (sólo los recipientes).

Sobre el peso, se han reportado resultados que indican que algunas personas relacionan el cambio en el nivel de líquido, al sumergir un cuerpo en él, al peso y no al volumen. Sáiz, (2002) reporta otros errores cometidos por maestros sobre la relación peso-volumen. Ya que una vez que los maestros han llegado a la conclusión de que es el volumen y no el peso lo que se mide cuando se usa inmersión, esto los lleva a pensar que no hay ninguna relación entre el peso y el volumen, ni siquiera cuando se trata de cuerpos hechos con el mismo material. A juicio de estos investigadores, la visión geométrica del volumen se enfoca en la medición, en particular, en el resultado numérico, y despoja al objeto de sus características físicas. Ellos ponen atención en tales características de los cuerpos. Sus experimentos incluyen cuerpos sólidos, cuerpos huecos de plástico, modelos huecos de papel, recipientes abiertos y cerrados, vacíos y llenos. Algunos de los resultados de estos investigadores son que los niños de quinto grado de primaria dan significados diferentes al término volumen de acuerdo con características físicas de los cuerpos que se les presentan. Lo mismo ocurre cuando el significado asociado es peso. Cuando el significado asociado es el de volumen como espacio ocupado dicen que ambos cubos tienen el mismo volumen.

Vergnaud (1990) citado en Sáiz (1999), afirma que el concepto volumen está formado por diferentes propiedades y relaciones con otros conceptos matemáticos. También está relacionado con conceptos físicos como la cantidad, la naturaleza de la materia y el peso. Esta complejidad explica la diversidad de concepciones expresadas por los niños.

Una parte importante en este trabajo fue comprender una investigación sobre las concepciones de los maestros acerca del concepto volumen, que se ha manifestado en los cursos de actualización, ya que se ha mostrado que las ideas que tienen de los conceptos son equivocados o en algunas casos incompletos o que les es muy difícil delimitar conceptos, incluso que el tema volumen es uno de los temas más difíciles de enseñar y aprender. El interés de este estudio son las creencias, los conocimientos, y valores de los maestros, y la manera que intervienen estos elementos en sus prácticas (Sáiz, 2003). Para el desarrollo de la investigación se utilizó un marco de referencia que le permitiera organizar la investigación del objeto de estudio y la teoría de los modelos teóricos locales (Filloy, 1999).

El desarrollo del proyecto se apoya en recolección de datos, para ello se diseñó un proceso de comunicación que permitiera acceder al "pensamiento" de los maestros con el propósito de conocer sus objetos mentales volumen. Para ello fue necesario conocer los significados que los maestros asociaban al término "volumen" como y que dificultades tenían al resolver problemas de volumen y como calculaban un volumen.

Para dicho fin, se diseñaron tres cuestionarios para recabar e indagar información sobre el volumen y la enseñanza. Los protocolos que permitieron expresarse ayudaron a conocer el discurso de los maestros, ya que se realizaron grabaciones de video y audio. Para ello se realizaron dos talleres. También se mostró el diseño de cuestionarios y se plantearon algunos ejemplos.

Sin embargo, solo se expusieron algunas conclusiones del proyecto, especialmente relacionados con el volumen, que era identificar significados que los maestros asociaban con el término. Para ellos, el objeto mental volumen solo eran cosas o cuerpos que tenían aspectos de ser medible. Por lo tanto se presentaron los resultados obtenidos en tres partes:

La primera parte trata sobre los objetos volumen-medible, para identificar los objetos volumen-medible los maestros, se enfocaron en las características geométricas que tienen los objetos o concavidad y en las características físicas como la firmeza de un cuerpo u objetos que tienen 3 longitudes. Además percibieron que los objetos como una hoja de papel o un pañuelo son una superficie por lo tanto que no son volumen-medibles y tampoco algunos objetos cotidianos por su forma irregular, así como algunos objetos abiertos. En la segunda parte trata, sobre los procedimientos para medir y comparar volúmenes. El uso de la inmersión no esta tan reconocido y en algunos casos, no ha sido comprendido, por lo tanto para algunos maestros la inmersión no es un método confiable para medir el volumen, pero también hay maestros para quienes la inmersión mide el peso, no el volumen o están confundidos al respecto. La tercera parte y última trata, sobre los significados que se pueden asociar con el volumen. Lo que sobresale en este punto es el volumen como un número o cuando a los maestros se les pide la definición del concepto volumen hay una tendencia general a ponerle uno de dos significados: capacidad o volumen ocupado. Lo que prácticamente revelan el pensamiento del maestro, es lo que aprendieron en la primaria como estudiantes y no como lo que aprendieron es sus años de formación docente.

Sin embargo, los maestros que participaron en el taller tienen un objeto mental, en los que sobresale, los aspectos cuantitativos. Y esto se debe a los modelos de enseñanza con los que estudiaron. Además con los objetos mentales de los maestros nos damos una idea de lo que ellos están enseñando a los niños sobre el concepto volumen en la primaria. Por ello, es importante enriquecer el concepto volumen al igual que la aplicación de la fórmula y la actualización de los maestros para que los resultados sean más satisfactorios al hacer un análisis de este tipo.

III Modelos de enseñanza para el volumen

Este tercer capítulo “Modelos de enseñanza para el volumen”, versa sobre una relatoría de los modelos que se revisaron para desarrollar la investigación de la cual se obtuvo el material para traducir, del análisis fenomenológico didáctico de los modelos de enseñanza del concepto volumen usados en los últimos 100 años, lo cual también fue necesario.

Es importante definir el modelo de enseñanza para el volumen hecho en los planes y programas de estudio para la educación primaria vigente en México, pues es el que los maestros deben llevar a práctica. Sin embargo, el modelo de enseñanza actual no es suficiente para analizar el discurso de los maestros y tratar de identificar su objeto mental, enseñanza del volumen. Este análisis necesita conocer e indagar los modelos de enseñanza con los cuales los maestros se formaron (Sáiz, 2002).

Se reflexiona la importancia de estudiar modelos anteriores, debido que algunos de ellos influyen a través de las tradiciones en los más modernos. Por lo tanto se establece hacer una revisión y aplicación de un análisis fenomenológico didáctico de los modelos de enseñanza del concepto volumen usados en los últimos 100 años. Esto por la necesidad de contar con un marco de referencia que permita tener una medida de comparaciones. Sin embargo, se necesitan de algunos antecedentes que presten un análisis de tipo didáctico, para ello se acude a las recomendaciones de los investigadores y expertos en educación matemática con respecto a la enseñanza de la medición en la escuela primaria.

3.1 Revisión de modelos de enseñanza

Para entender e investigar los modelos de enseñanza del concepto volumen plasmados en los libros de texto durante los 100 años, es importante conocer las transformaciones que han afectado la estructura de la educación básica en México de ese periodo. El análisis que se aplicó a los textos revisados, dio a conocer los diferentes modelos de enseñanza que pertenecen a etapas diferentes en la historia de la educación en México. En las recomendaciones didácticas de los expertos, para hacer un análisis de los diferentes modelos de enseñanza de medición, en México, se requiere contar con un marco de referencia que muestre los elementos clave en los cuales enfocar la atención.

Esto requiere hacer una investigación documental que permita identificar las recomendaciones de los expertos en educación matemática enfocándose en general a la enseñanza de la medición y en particular del volumen. Los estudios revisados se refieren a dificultades cognitivas vinculadas con el procesos de aprendizaje y didácticos de tipo psicológico, aunque los dos últimos son difíciles de distinguir.

El punto de vista de Freudenthal, recomienda primero la aplicación de un análisis fenomenológico pura a cualquier contenido matemático que se estudie y luego un análisis de fenomenología didáctica. Pese a sus recomendaciones, en el caso de los conceptos área y volumen hace una excepción. Decide hacer un análisis comenzando por una fenomenología didáctica aplicándolo a lo que él denomina su enseñanza tradicional.

A juicio del autor, el área y el volumen son conceptos muy complejos, pero a simple vista parecen no tener demasiada complejidad. Freudenthal parte de considerar el área y el volumen como magnitudes (propiedades que se pueden medir). Sin embargo, sigue su estilo en el caso del área, algunos de esas situaciones en las que es necesario calcular volúmenes y de la diversidad de objetos medibles con respecto a dichas magnitudes son: Cuerpos de muchas clases, solidos o formados por semilla o harina, líquidos en recipientes para que no se desparrame. Cantidad de ladrillos requerida para levantar una pared, un conjunto de troncos para edificar una casa o encender un fogón. Una porción de masa para hacer pan.

Un espacio vacío susceptible de ser llenado.

Un cuerpo hueco cerrado.

Un cuerpo hueco con un orificio.

Un vaso vacío.

Un vaso con agua y otros más.

Estas situaciones ocasionan conflictos para su enseñanza, pero se extienden para diferentes usuarios. En los procesos de comparación de áreas de región y volúmenes de cuerpos, nacen conflictos que no hay al comparar longitudes. Dos objetos largos se pueden comparar poniendo uno encima del otro; esto para que los límites de ambos coincidan, pero este tipo de manipulación no siempre funciona en el caso del área y mucho menos en el del volumen.

Cuando se trata de medir volúmenes, Freudenthal critica que siempre se elige un cubo para representar la unidad de medida en la escuela, sin embargo algunos objetos no pueden ser medidos en su totalidad. Considera importante, para la enseñanza del área y el volumen, las trasformaciones que dejan fijas a estas magnitudes, son las traslaciones, las rotaciones y las reflexiones. Su análisis perdura con la consideración del volumen como una medida en el sentido matemático del concepto.

Algunas de las recomendaciones didácticas para la enseñanza del concepto volumen de Freudenthal:

Comenzar con transformaciones de romper y hacer, construcción, inversión, reconstrucción, tirar construcciones de cubos congruentes o parte simples de ellos, su volumen y su aditividad, sustractividad enfatizando en la diferencia entre volumen y área superior. Continuar con contenedores abiertos con la equivalencia entre la capacidad y el volumen de cuerpos sólidos.

Seguir con transformaciones específicas de vertimiento, para la comparación de capacidad. Otros materiales que sean menos estructurados matemáticamente que sean comparados por su valor en volumen. Vincular el efecto de empacamiento y si es posible eliminarlo del contenido. Desafiar el problema de transformaciones no conservadoras. Pero no con plastilina o masilla si no la determinación del volumen por inmersión. La piedra angular, pero no antes que el peso y la fuerza hayan sido tratadas en el curso de la instrucción.

Otras recomendaciones y observaciones didácticas, como la de, Del Olmo, Moreno y Gil (1989), citado en (Sáiz, 1999), estudian los conceptos de área y volumen desde el punto de vista didáctico, ellos se enfocan en aspectos formales, cognitivos y didácticos de estos elementos. En una de sus conclusiones, está una propuesta de un modelo de enseñanza para el volumen en la cual consideran cinco aspectos; percepción, comparación, medición, aritmetización y estimación.

Antonovskii et al (1990). Insiste en un aspecto referente a una noción de volumen inicial que no sugieren otros autores, adquirido a través de actividades de percepción, comparación y otros. Los procedimientos de cálculo se introducen en cuarto grado de primaria, de acuerdo con el modelo de enseñanza de ese país y época. Otra indicación del autor, la enseñanza del niño en relación con las propiedades de unidad, congruencia y aditividad, durante el trabajo de construcción de paralelepípedos y conteos de cubos. Estas actividades se dirigen a la hipótesis de la fórmula para calcular el volumen en dichos cuerpos geométricos.

Janvier (1997) estudia en particular el concepto volumen y da mucha importancia al aprendizaje de la formula, ya que este es el objetivo principal en la práctica educativa para la enseñanza del volumen. La propuesta del autor considera los siguientes puntos fundamentales; a) explorar el espacio y sus representaciones, b) retornar el estudio del área para introducir el concepto de superficie de un sólido y c) diferenciar área de un sólido de su volumen y otras magnitudes como la capacidad.

Vergnaud, Rogalski, Samurcay y Rico (1983) obtienen un resultado muy importante, referente al concepto volumen apreciado desde dos puntos de vista: en primer lugar, como una magnitud unidimensional, capaz de ser medida, aproximada y comparada directamente, es decir el llenado de recipientes o conteo de cubos, y otras propiedades de este tipo, como la de sumables o calculada por evaluaciones de tipo cualitativo como la unión y complementación, y en segundo lugar, como una magnitud tridimensional, en donde el volumen se calcula a través de magnitud de otro tipo como la longitud. Estos autores opinan que la existencia de los dos puntos de vista dificulta el proceso de aprendizaje del concepto volumen.

Potari y Spiliotopoulou (1996), estudian a estudiantes de quinto grado de primaria de Grecia y encuentran que los niños relacionan el concepto volumen con la forma, la materia, la masa y el peso, y repasan que el volumen depende de la forma propia del objeto, como sólidos, huecos, abiertos o cerrados.

Estos autores señalan algunas de las dificultades para la enseñanza del volumen: a) los aspectos mencionados deben integrarse al estudio del concepto volumen, y b) las matemáticas escolares se debieran conjuntar con el estudio de las ciencias. Esta última es especialmente importante en el caso del volumen.

Hart (1984) se pregunta si el orden de enseñanza, longitud, área, volumen es natural. Y obtiene la conclusión de un estudio con 445 niños; 316 conservaron la longitud, y el resto ninguno de las dos. A todos los alumnos se les dio a resolver una tarea de volumen; 52 % de los conservadores y, 26 % de los no conservadores solucionan correctamente las tareas.

Bilbo y Milkent (1978), citado en (Sáiz, 1999), contrastan dos modelos de enseñanza para unidades de volumen del sistema métrico decimal, el estudio con alumnos para maestros.   Con el modelo de enseñanza volumen, longitud, sin considerar el área ni las formulas, los alumnos entendieron y utilizaron mejor el concepto volumen.

A continuación se verán algunas propuestas hechas por otros investigadores para la medición en general, pero son ajustables para el volumen.

Inskeep (1976), citado en (Sáiz, 1999), menciona que algunos principios generales a considerar, en los modelos de enseñanza de la medición son: percepción, comparación y conteo de unidades.

Bright (1976) expone un proyecto para secuencias didácticas, en donde las tareas de medición sean trabajadas al mismo tiempo con las tareas de estimación de medición, para ello expone dos tipos de actividades fundamentales: a) se atribuye a medir, longitud, área, volumen o peso, el objeto y la unidad, las cuales pueden estar o no presentes, y b) se da el resultado de una medición con algunas unidades y una lista de objetos para encontrar a cuál de ellas le pertenece dicha medición, aunque la unidad puede o no estar presente.

Dentro de los modelos de enseñanza se analiza "Un siglo de educación en México".   A partir de 1890 la educación en México estuvo sistematizada por los acuerdos que se tomaron en el Primer Congresos Nacional de Institución Pública.   En este congreso surge el interés de contar con un sistema nacional de educación popular y una educación primaria igualitaria, obligatoria, gratuita y laica.   De la misma manera se planteó la edad en que los niños deben ingresar a la escuela primaria y la duración de los cursos o grados.   Así mismo se definió el programa general de la enseñanza (solana et. Al 1997). Esta estructura se decretó y duro todo el porfiriato e incluso 20 años después de la revolución mexicana de 1910.

Sin embargo, alrededor de 1911 se constituye la llamada educación rudimentaria, cuyo propósito esencial era proporcionar educación a los indígenas, enseñarles el idioma castellano y las operaciones fundamentales de la aritmética.

A partir de 1922 e incluso 1934, la estructura de la educación se alteró por las reformas originadas por Vasconcelos y se dividió en dos partes: la primaria elemental con duración de cuatro años y la primaria superior con duración de dos años. Más, en la escuela rural solo se impartía educación primaria elemental. De 1934 a 1944 el curriculum enfrento una nueva organización, a cargo de Ignacio Bassols, momento en donde la educación se declaraba socialista. Los programas de la educación siguieron siendo diferentes, seis años de educación primaria en las ciudades y cuatro en las rurales. El hecho de que la educación primaria urbana o rural tenga una duración de seis años y un curriculum unificado para todas las escuelas del país viene de 1945.

La medición y el volumen en los modelos de enseñanza mexicanos dan carácter al resultado de análisis fenomenológicos didácticos en libros de texto de matemáticas para la educación básica. La elección de los libros fue aleatoria, para encontrar libros editados antes de 1960 se buscó en los catálogos de la biblioteca del distrito federal, con el tema aritmética y se eligieron los editados entre 1897 y 1959.

Al solicitar los libros seleccionados muchos de ellos ya no existían, se encontraban en procesos de restauración o no podían usarse por su mal estado. Así mismo se enfrentó un obstáculo, al momento de identificar el grado para el cual los textos escritos eran recomendados antes de 1940.

Los libros anteriores de los años cincuenta son únicamente de aritmética, excepto algunos. Otros llevan el título geometría pero dirigidos a alumnos maduros. En los años 50, los libros revisados se titulan aritmética y geometría e incluyen contenidos de ambos en el mismo texto. Sin embargo a partir de los años 70 los libros fueron llamados “Matemáticas” hasta la actualidad. El periodo de 1960 en adelante únicamente se consideró, los libros de texto gratuitos por su uso obligatorio y nacional.

El proyecto de investigación tuvo por objetivo el estudio del concepto volumen, pero se creyó conveniente hacer el análisis encaminado a la atención en el tratamiento a la enseñanza de la medición en general, ya que en la mayoría de los textos anteriores de la década de los 70 el volumen se estudió como un tema dependiente al sistema métrico decimal (SMD).

El análisis de los libros se enfocó en los siguientes aspectos: temas relacionados con la medición incluida; tratamiento didáctico dado a estos temas; actividades propuestas, preguntas formuladas y el lugar que ocupan estos temas dentro de los textos.

La conclusión del primero de estos puntos, cumple el interés por aclarar objetos mentales volumen explícito en cada modelo.

En relación al tratamiento didáctico le interesa establecer si esto es más cualitativo que cuantitativo o viceversa o si ambos tratamientos están presentes de manera equilibrada.

El análisis de las preguntas y actividades incluidas da a conocer si apoyan el uso y toma de conciencia de las propiedades del volumen: actividad, unidad y congruencia. Además conduce al carácter de la naturaleza física, numérica o geométrica de las actividades propuestas en los libros o al carácter unidimensional o tridimensional de los procedimientos utilizados para cálculo de volúmenes y otras mediciones. Además en varios casos este tema (volumen) es el último del libro, y su estudio inicia después de terminar la longitud y el área.

El resultado de estas investigaciones se delimita en siete etapas las cuales corresponden a los periodos siguientes;

3. 1.1 La primera etapa es de 1897 a 1929.

Los libros revisados más antiguos son de 1898, sin embargo este apartado es el resultado de un libro publicado en 1844, en la cual, se dedican cuatro páginas a los sistemas de medidas. Pero en aquella época aún no se establecía el uso del sistema métrico decimal en el país, fue en 1857 cuando se publicó el decreto anunciando la adopción de este sistema de básculas y medidas (Gallardo, 1864). Sin embargo el gobierno mexicano se comprometió a dar a conocer el nuevo sistema y su uso, por medio de la educación. Los autores de textos y maestros tuvieron la responsabilidad de preparar a los niños para utilizar el nuevo sistema.

La mayoría de los textos revisados corresponde a las últimas décadas del siglo XIX y las dos primeras del siglo XX tienen un capítulo dedicado a los sistemas de medida. Sin embargo no se explica que es medir ni cómo medir ni tampoco las diferentes magnitudes y su uso, pero el metro si es definido como la unidad de medida longitudinal equivalente a "la diezmillonésima del cuadrante del meridiano terrestre" (Contreras, 1913), se implantan sus múltiplos y submúltiplos y al final se muestra una tabla con las unidades de cada tipo de magnitud: área, volumen, capacidad y peso (ver ejercicio 1 con su respectiva traducción).

Echeagaray 1899, va más allá de una tabla, después de unos capítulos brindados a los números naturales, decimales y a las operaciones titulado; *aplicaciones de los principios anteriores o aritmética práctica,* introduce el estudio de las magnitudes y comenta la historia del sistema métrico, seguido con lo que él llama "unidades geométricas", es decir, longitud, superficie y volumen. Así pues para introducir las magnitudes, primero habla acerca de la "unidad geométrica" tridimensional, es decir el volumen, el área y por último la longitud.

Contreras (1913). En su libro introduce resultados de geometría, que no se estudian comúnmente en la primaria ni en esta ni en ninguna otra época. Por ejemplo, en geometría se demuestra que la relación de las áreas de dos polígonos parecidos, es igual que la de los cuadrados de sus lados o líneas homogéneas. Esta idea está relacionada con el efecto de extender o cortar las dimensiones lineales de una región o un cuerpo sobre su área o volumen. Sin embargo Freudenthal (1983) reflexiona que son clave estas propiedades para la constitución del objeto mental volumen y que este tipo de conocimientos no es indicado para niños. Vergnaud (1983) nos dice que los libros revisados no son dirigidos únicamente a los niños sino que algunos están dirigidos a maestros o futuros maestros. En el caso Cuervo (1912) el autor reflexiona que la educación debe ser práctica y formal, por la experiencia de su época. Pero a pesar de las recomendaciones, una vez que se introducido el sistema métrico decimal, los ejercicios para niños consistían en hacer conversiones de una unidad a otra o calcular el perímetro conociendo todos los lados de una figura. En ningún momento se propone que el niño mida o pese prácticamente.

Hernández (1910) es la excepción de todos los libros anteriores, pues es muy diferente a todos los de la época. Por ejemplo, en ello se considera una de las actividades propuestas para trabajar el volumen, en la cual consta de comparaciones con prismas divididos en cubos (ver ejercicio 2).

A finales del primer decenio del siglo pasado, ya se pensaba que las matemáticas no se aprenden por medio de definiciones sino practicando. No obstante, esto no termina de reflexionarse en los libros de la época, ya que ninguno de los autores propone tareas concretas y mucho menos del volumen, posiblemente, el libro de Hernández (1910) sea considerado el más cercano a las concepciones pedagógicas, más avanzado de aquella época.

El Origen del Sistema Métrico Decimal nace del reclamo de la población, pero aun así no es popular y es necesario imponerla (Kula, 1980). Hoy en día se cree, que el sistema métrico decimal, ordena y relaciona las medidas de longitud, área, capacidad y peso de manera natural. Las unidades de longitud a veces son antropomórficas: abrazos, pasos, pulgares; y en otros casos se relacionan con el tiempo; una distancia calculada al tiempo requerido para recorrerla. Las superficies se miden en relación con el tiempo en algunas ocasiones: un terreno de cultivo se mide por medio del tiempo que ocupa un hombre ararlo con ayuda de un buey. En otros casos, la medición concierne a un volumen: el de semillas que se pide para sembrarlo beneficiando al máximo su extensión. Para los volúmenes que se ocupan en el comercio de granos o líquidos, se utilizan recipientes, la cavidad de estos últimos corresponde al volumen de semillas que los llenan.

¿Por qué se piensa que la secuencia longitud, área y volumen, es natural?

Quizás porque los contenidos de las matemáticas se organizaron centrando la atención en las dimensiones: una, dos, tres o más o porque el Sistema Métrico Decimal está organizado a partir del metro, la unidad de longitud. Estos son ejemplos y argumentos procedentes que indican, que el sistema métrico decimal no es natural, como término en los modelos de enseñanza.

3.1.2 La etapa es de 1930 a 1945.

La década de los 30 corresponde a la época de la educación socialista en México; en esta época el modelo de enseñanza sufrió cambios importantes, en general de las matemáticas y en particular la medición. Un ejemplo de ello es el texto de Martí (1933), para primero, segundo y tercer grado de primaria, pues en la introducción el autor pide “material didáctico” y específica “cuaderno, lápiz, palitos, confeti”. Este acontecimiento causo mucha polémica pues nunca se vio que en libro de las época anteriores si diera importancia al material.

En una de las lecciones del libro de primer grado titulada “el metro” el autor da una sugerencia de mostrar el metro como, una medida que sirve para medir largo, ancho o lo alto de las cosas. En ello se pide calcular distancias con unidades no convencionales y comprobar el cálculo mediante la medición. Esta idea no se había planteado en libros de épocas anteriores, sin embargo reaparece en los textos de los años 70.

En los textos de segundo y tercer grado de primaria, el autor sugiere realizar ejercicios que ayuden al aprendizaje de los sistemas de medida, como aproximar una capacidad y comprobarla llenando las botellas de agua y vaciándolas. También recomienda, estimar básculas y la comprobación de estimaciones.

Los libros de Martí (1933), están divididos en tres partes, aritmética, geometría y trabajos manuales. En la parte de geometría dedicada al área y los volúmenes, platea realizar pavimentos y resolver tareas relacionadas con descomponer, transformar de romper y hacer. En el tercer grado, planteo como trabajo manual para fortalecer el área, hacer calados.

Un libro dirigido a los maestros, el cual se basa en el espíritu de la época es el de Kempinsky (1938). El autor parte de la idea de que los niños saben medir, porque lo han visto y plantea enseñarlos a utilizar el metro y compararlo con su propia estatura; para medir el salón, para que los niños entiendan la extensión de un metro y considera trabajar al aire libre, no limitarse al salón de clases. También sugiere medir con tiras de un metro de largo usando expresiones como "un poco más" y "cerca de" al describir los resultados de sus medidas, dichas actividades tienen como objetivo que los niños hagan sumas y restas. Este modelo de enseñanza se centra, en el metro como instrumento de medida y no tanto en el SMD, el autor piensa que este debe ser representado de manera tangible y practico, pues el uso de estas expresiones de "un poco más" y "cerca de" incumbe a un resumen del SMD que permite acceder a otros resúmenes más abstractos, cuando se introduce el centímetro y los números decimales.

En esta época también se encuentra el libro de Quijano (1960), originalmente de 1936. Parece que este libro va dirigido a alumnos de mayor edad o a estudiantes de escuelas normales. Sin embargo dedica un apartado a "la expresión de las equivalencias entre las unidades inglesas y las decimales mediante igualdades". Esta declaración asociada a otra idea, revela el papel otorgado por Quijano a la medición como una actividad que da sentido a otros típicos de las matemáticas, como la aritmética y el álgebra.

Este libro tiene ideas muy pocas veces encontradas en libros más antiguos. Por ejemplo el tema de un apartado titulado "el numero de una medición varia en razón inversa al tamaño de la unidad". Freudenthal (1983), señala esta propiedad como clave en la formación del objeto mental volumen, la comprensión de la relación inversa: a menor unidad mayor volumen, implica una comprensión clara del conocimiento de la unidad, pues al cambiar la unidad de la medida, cambia el resultado de la medición.

Las ideas ilustradas en este segundo periodo, muestran un gran avance, con relación a la época anterior, ya que todas son innovadoras, ideas como no limitar las actividades al salón de clases, relacionar los contenidos con tareas manuales, la importancia de que el niño mida utilizando tanto medidas convencionales como no convencionales, uso de situaciones de la vida cotidiana para introducir contenidos y el énfasis puesto en los procesos de estimación y aproximación.

3.1.3 El tercer periodo es de 1945 a 1959.

Un ejemplo de los libros de esta época, se encuentra el de Rozán (1970) cuya edición es de 1947. El título de uno de sus apartados se llama "la cantidad continua y su medida", así mismo aparecen varios apartados dedicados a temas de aritmética, en donde se plantean actividades con números, sin embargo esto no se considera como parte del estudio de la medición.

El libro de Lechuga (1954) de cuarto grado, se basa en la experiencia que tienen los niños con el proceso de la medición, incluyendo las medidas de los ángulos y perímetros. Sin embargo este libro no se destaca lo que es medir.

Otros autores, relacionan la medición con la higiene, por ejemplo Blanco (sin fecha) afirma que los niños calculen con cuantos litros de agua se bañan, y para el estudio de la longitud propone que los niños midan con una regla diferentes objetos.

Generalizando en esta época los libros, siguen siendo tradicionales, pues comienzan la sección de medición, introduciendo el metro, un poco de su historia y a partir de ahí van presentando las otras unidades de medida con sus múltiplos y submúltiplos.

En los libros de los años 40 y 50 no hay innovación sobre el método didáctico. En lo que respecta a la innovación de esta época, es referente a la edición y formación de libros.
A comparación a los libros de épocas anteriores, estas incluyen muchas ilustraciones, menos texto, letras más grandes y su colorido, las cuales son semejantes a las utilizadas en los libros de cuentos infantiles, pues con la tecnología avanzada permiten el uso de los colores.

3.1.4 Cuarta etapa: los años 60 y los primeros libros de texto gratuito.

Los años 60 es la época decisiva en la historia de la educación primaria en México, ya que por primera vez los niños de la educación primaria reciben libros gratuitos. Meta que alcanzo en ese entonces el responsable de la secretaria de educación pública (SEP).

Esta sección es referente a la primera versión de los libros de texto gratuitos de matemáticas publicada en 1960-1973. Para cada grado había dos libros, uno de texto y otro de trabajo, denominados aritmética y geometría. El método didáctico, que se le da no es igual de grado a grado, pues no se muestra una manera similar de exponer los diferentes contenidos.

Por ejemplo, esta situación es señalada en un mismo libro de tercer grado de Caballero y Villaseñor (1960) al pasar de un contenido a otro, el método utilizado en la medida de longitud no tiene nada que ver con la del volumen (ver ejercicio 3 y 4).

En el libro de cuarto grado de Sánchez, 1960, en una de sus páginas se encuentra una lección dedicada a las medidas del volumen, en ella la noción de volumen aparece con un carácter unidimensional. La autora llama volumen al espacio vacío encerrado por la superficie del cubo sin tomar en cuenta el significado volumen interno, ya que insiste en que el cubo sea hueco.

En el libro de quinto grado en la lección "líneas, superficie y volúmenes" de Novaro (1969), se afirma que se trata de un repaso de temas ya aprendidos. La primera definición que da el autor corresponde al objeto mental volumen como espacio ocupado, en el mismo párrafo se relaciona con objetos volumen medible y con el proceso de obtención del volumen con un método tridimensional. En el mismo libro, hay una sección dedicada al sistema métrico decimal en la cual se encuentra la lección de medidas de volumen y capacidad.

En el libro de sexto grado de Hernández y López, 1962, se exponen todas las unidades de medida del SMD; de longitud, área, volumen y peso. También, se incluyen las unidades de medida inglesas y sus equivalentes con las del SMD. Además en la última lección, al parecer se intenta incluir todo lo que falta en el programa. Para ello los autores ponen una tabla de fórmalas para obtener el volumen de varios cuerpos cono el cubo, el cono y la esfera (ver ejercicio, 5).

Las dos diferencias esenciales de estos libros a los anteriores son: a) la primera que en estos libros se privilegia la acción de medir y en ella se sujeta la unidad; al menos en el caso de algunas magnitudes. Esto es, se plantea la necesidad de conocer una longitud, área o peso y se explica que para ellos se usa el metro, el metro cuadrado, o el kilogramo. El esquema del tratamiento didáctico de las épocas anteriores era iniciar con una unidad y después explicarlo. b) el segundo, es referente a la dosificación de los temas. En las épocas anteriores, a partir de tercero ya se introducía el SMD en su conjunto; en esta etapa se estudian poco a poco, a lo largo de la primaria, bloques de unidades asociadas con diferentes magnitudes.

3.1.5 Quinta etapa: los años setenta, segunda versión de los libros de texto gratuito.

Durante el sexenio 1971-1976 tuvo lugar otra reforma educativa, como fruto de ella, en 1974, las autoridades de la SEP promovieron la elaboración de una nueva versión de los libros de textos gratuitos. De las matemáticas se encargaron un equipo de especialistas en el tema muy interesados en esta ciencia, pero con muy poca experiencia en la educación básica.

La diferencia entre estos libros y los de las épocas anteriores se nota en el titulo; "Aritmética y Geométrica" pues se cambia por "Matemáticas". En los libros de los años 70 la situación es muy diferente. El volumen se empieza a estudiar en cuarto grado, así mismo el concepto se introduce como una noción de la longitud y del área, desarrollada de manera minuciosa de varias lecciones.

El trabajo inicia en la lección 16, con el objeto mental volumen, el significado que se trabaja en esta lección es volumen interno; la cantidad de masa con la que están hechos los cuerpos que se muestran en la imagen que acompaña el texto (ver ejercicio, 6).

Cabe señalar que en este libro también se incluyen situaciones en las cuales se requiere hacer comparaciones de manera directa, un ejemplo; comparar el área de dos pedazos de la misma tela, para ello se sugiere hacer una balanza y comparar pesos, así mismo se propone la inmersión como una manera de calcular volúmenes (ver ejercicio, 7).

En el libro de sexto grado Álvarez, (1974) los autores hacen una revisión de las ideas relacionadas con el volumen usando ilustraciones de cuerpos formados por cubos.

Una vez utilizado las fórmulas para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana, los autores cuestionan la posibilidad de usar siempre una fórmula para calcular cualquier volumen. Su idea es hacer que los niños se den cuenta de que las formulas no son suficientes para obtener el volumen de todos los cuerpos.

Esta situación conduce de forma natural al uso de la inmersión como un método para intentar reducir el volumen de una pirámide a partir del prisma correspondiente (ver ejercicio, 8).

En la lección posterior, se pide a los niños decir que es más conveniente hacer, un tinaco en forma cilíndrica o uno en forma de prisma cuadrangular (ver ejercicio 9). Esto permite a los niños comprendan la diferencia entre el volumen y el área lateral. Aunque ambos tincos tienen casi el mismo volumen, el cilindro tiene un área lateral considerablemente menor que la del prisma.

Así mismo el libro tiene una lección titulada “cálculo de áreas y volúmenes pesados”. La presentación de los problemas de la vida cotidiana, como el de los tinacos o en el que es necesario calcular el volumen de un techo de losa para obtener su costo, es una constante en los libros de los 70.

3.1.6 Sexta etapa: una nueva reforma; los años 80

A causa de la protesta de los maestros, en esta época surge una nueva reforma, en ella participan algunos de los autores de los libros de la década anterior y un equipo de maestros de primaria para la elaborar nuevos libros de textos adecuados con las modificaciones, fruto de la reforma, es la edición de libros de primero y segundo grado de primaria, al resto de los libros se les hace solo unas cuantas modificaciones, pero las de matemáticas se intenta eliminar la parte en la cual se vería la influencia de las matemáticas modernas, como la teoría de conjuntos y los sistemas de numeración con base distinta de la decimal.

Estos libros son integrados, no presentan los temas y materias separadamente sino a través de proyectos que tratan ramas del conocimiento. De modo que los niños no cuentan con libros para cada materia, como era en épocas anteriores, hay un solo libro para todas las materias. Los textos para primero y segundo grado de la escuela primaria se dividen en dos volúmenes y cada uno cuenta con un complemento recortable para las actividades propuestas.

Estos libros casi no tienen referencia a la medición. En general, los textos integrados de primero y segundo grados contienen muy poco material sobre temas de aritmética y geometría. Concluir en los logros de esta época, es muy difícil ya que hay un desacuerdo al pasar del segundo al tercer grado, los textos corresponden a un ejemplo de la educación diferente.

3.1.7 Los libros de textos gratuitos de los noventa

Casi diez años después de las últimas reformas educativas en 1988, revelaban que aún no se lograban modelos de calidad aceptables según varios análisis de la calidad de la educación en México, este acontecimiento fue tomado en cuenta en el sexenio 1989-1994.

La nueva reforma tiene antecedentes políticos de acuerdo con Ornelas (1997), aunque son objetos planteados para la educación en el sexenio 1983- 1988 no fueron destinados a aquellos de 1974. Esta situación no se podía repetir un sexenio después.

Tales reformas y su aceptación general tienen como consecuencia una nueva emisión de una serie de libros de textos gratuitos. Además se establecen cambios importantes en los planes y programas de estudio. En cuanto a las matemáticas se opta por "un enfoque que se fundamenta en la resolución de problemas y en desarrollar el razonamiento matemático a partir de soluciones prácticas".

La diferencia de los libros de las épocas anteriores a la época inmediata, es que no solo hay una dosificación del material correspondiente a la medición y a los sistemas de medición en un grado; en cada grado hay una dosificación de actividades relacionadas con cada estructura matemática, sino que se va trabajando a lo largo de todo el libro.

Los libros de los años 90 incluyen actividades de percepción de la capacidad y otras actividades mucho antes de introducir cualquier tipo de unidad. Así mismo las actividades se alternan y en paralelo se van desarrollando ideas correspondientes con la medición de longitudes, áreas y volúmenes. Como en el caso de los libros de los años 70, en los 90 se plantean problemas cercanos a la realidad de los niños, pues es necesario calcular áreas para cultivos, volúmenes para construir una barda lo más barato posible etc.

3.1.8 El modelo de enseñanza actual: coincidencias y diferencias con otros modelos mexicanos.

El resultado de los análisis hechos en lecciones de libros para niños, se obtiene una caracterización del modelo de enseñanza para el volumen plasmado en los libros de texto usados actualmente en México. Para tal análisis se compararon actividades y situaciones didácticas con las sugerencias de los expertos. El modelo de enseñanza actual recalca en los siguientes aspectos:

- Desarrollo de la percepción de cuerpos y recipientes
- Trabajo con vertimiento de líquidos
- Conteo de unidades cubicas
- Transformación de romper y hacer

Estas recomendaciones son por parte de los expertos.

He aquí otros modelos de enseñanza que incluyen algunos temas y contenidos que fueron criticados por expertos:

- Fórmulas para otros cuerpos distintos a los cubos y prismas
- El SMD completo
- El tratamiento separado de los objetos mentales volumen, capacidad y el establecimiento de su relación expresada solamente en términos de equivalencia entre el litro y el decímetro cubico.

El modelo actual no los contiene.

Sobre el último punto, el modelo que mejor desarrolla la idea de Freudenthal de relacionar la capacidad con el volumen al mismo tiempo que se les distingue es el de los años setenta. En la propuesta actual se disminuye la información sobre aspectos que tienen que ver con la equivalencia y transformación de unas unidades con otras, y hay muchas propuestas de actividades, así como una tendencia al equilibrio entre los aspectos cuantitativos y cualitativos, esto muestra que dicha propuesta en lo relacionado con el volumen se nutre de los resultados de investigación.

Algunas de las actividades incluidas en estos libros son: pavimentados, transformaciones de romper y hacer actividades de la percepción de las tres magnitudes, llenado de cajas y empaquetado, estimación y cálculo de volúmenes de cuerpos formados por semillas, relación entre las distintas magnitudes y actividades de hacer estimaciones de cada tipo de magnitudes. Sin embargo el tema volumen se aprovecha en estos libros para trabajar con otros temas del programa de estudio de matemáticas como aritmética y geometría.

Sobre las equivocaciones de esta propuesta se muestra en el uso de la inmersión para medir volumen, esto genera muchas dificultades conceptuales que solo se aclaran cuando se ha completado el estudio del volumen desde el punto de vista de la física. Como se muestra, las equivocaciones son en realidad las observaciones puntuales que no le restan mérito al trabajo de los autores de estos libros y la propuesta actual de enseñanza del volumen con estas modificaciones son un buen modelo de enseñanza teórica.

Sin embargo, los textos, planes y programas no son todo el modelo de enseñanza, ya que este es modificado por los maestros a través de su propia interpretación. Por lo tanto, el componente de los modelos de enseñanza se completa a través de la consideración del modelo de enseñanza de los maestros. Este modelo en la práctica depende del objeto mental sobre la enseñanza del volumen de los maestros.

IV Traducción de la propuesta para el modelo

En este cuarto capítulo se plantean los ejercicios del material tomada de base en un documento que contiene el planteamiento metodológico y conceptual del material didáctico que se elabora del tema volumen en la educación primaria (Sáiz, 1999) y sus respectivas traducciones al p'urhepecha

Ejercicio 1

Medidas de capacidad
Jatanhikweri ts'éritarakwecha

¿Qué es el litro?
¿Ampesk'i ts'erikata ma?

El litro es una medida cuya capacidad equivale a un decímetro cubico.
Ts'erikata ma terukuntasïnti imani jinkoni enka tsúntsú k'eri ma jatanhejka

¿Cuáles son los múltiplos del litro?
¿Nená kaneranhasïnki ts'erikata ma?

Los múltiplos del litro son:
Jó arisï kanepasïnt'i:

El Decilitro o DL., que vale 10 litros.
Ma Decilitru o DL., témpeni xanhari ts'éritakatesïnt'i

El hectolitro o HL., - 100 litros
Ma Hectolitru o HL., yumu ekwatsi xanhari ts'éritakatesïnt'i

¿Cuáles son los submúltiplos del litro?
¿Nená arhukunhantasïnki ts'erikata ma?

Los submúltiplos del litro son:
Jó arisï arhukurhipasïranti:

El decilitro o dl., que es la 10 partes del litro
Ma decilitru o dl., témpeni xanhari arhukusïnt'i ts'erikatani

El centilitro o cl., -100- -
Ma Centilitru o cl., no úrakwarhesïnt'i p'orhe jimpo

Nota: En P´urhe no se usa el mirialitro, el kilolitro, ni el mililitro.
Exeje: támujtu no úrakwarhesïnt'i mirialitru o kilolitru o mililitru.

¿Cómo se escriben los números que expresan medidas de capacidad?
¿Nena karanhantasïnk'i enka ampema ts'éritanhajka?

Medidas de capacidad
Aristiksï ts'éritakatecha

Al escribir números que representen medidas de capacidad:
Ts'éritakatechaksï isï karanhantasïnt'i:

Kilolitro	k. de mil
Hectolitros	Centenas
Decalitros	Decenas
Litros	Unidades
Decilitros	Decimas
Centilitros	Centésimas

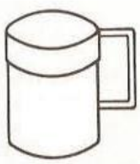
El litro ocupa el orden de las unidades; el decalitro, el de las decenas; el hectolitro, el de las centenas; el kilolitro, el de los millares;

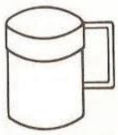
Ma ts'érikata máeuat'i; ma decalitru, témpeniuátiksï; ma hectólitru, yumu ekwatseatiksï; ma kilolitru, témpeni cientueuat'i

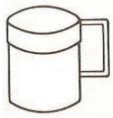
El decilitro ocupa el orden de las decimas; el centilitro, el de las centésimas.
Decílitru ka centilitruksï no úrakwarhesïnt'i p'orhe jimpo.

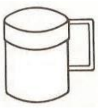
Nota: en p'urhepecha no se usan estas medidas, lo que se usa es, "terukani jatari", ka santeru sapichu noteru jarhasïnti ya" jimakuksi exeaka.

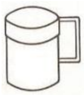
Medidas efectivas para líquidos.
Itsukwa ts'éritarakwecha


Doble litro
Tsimani ts'éritarakwa


1 litro
Ts'éritarakwa ma


½ litro
Teruk'ani ts'éritarakwa


Doble decilitro
Tsuntsu sapichu ma


Decilitro
No úrakwarhesïnt'i


½ decilitro
No úrakwarhesïnt'i


Doble centilitro
No úrakwarhesïnt'i


Centilitro
No úrakwarhesïnt'i

(Las imágenes son ilustradas, no es el tamaño real a como se muestra en la imagen)
Ari jatakwechaksï sapichuest'i, noksï k'erast'i eska na arhika jimini intecharhu.

¿Cómo se dividen las medidas efectivas para líquidos?
¿Nena ts'éritanhasïnk'i itsïirantskata ampe?

Las medidas efectivas para líquidos se dividen en tres clases:
Tanipuruksï ts'éritanhasïnt'i:

1ª las medidas de cobre o de hierro fundido son vasos cilíndricos estañados, cuya profundidad es igual al diámetro: se emplean en el comercio al por mayor.
Urheti. Tiamu tayapitiiri ts'éritarakwa mákw'eni kónhesïnt'i ka yónheni. Kejpatiechaksï úrasïnt'i.

2ª las medidas de estaño son cilindros huecos cuya profundidad es doble del diámetro; se emplean en el comercio al por menor.
Tsimanta. Tiamueri ts'éritarakwa tsimani xanhari yónhesïnt'i, kejpatiechaksï ampe úrasïnt'i.

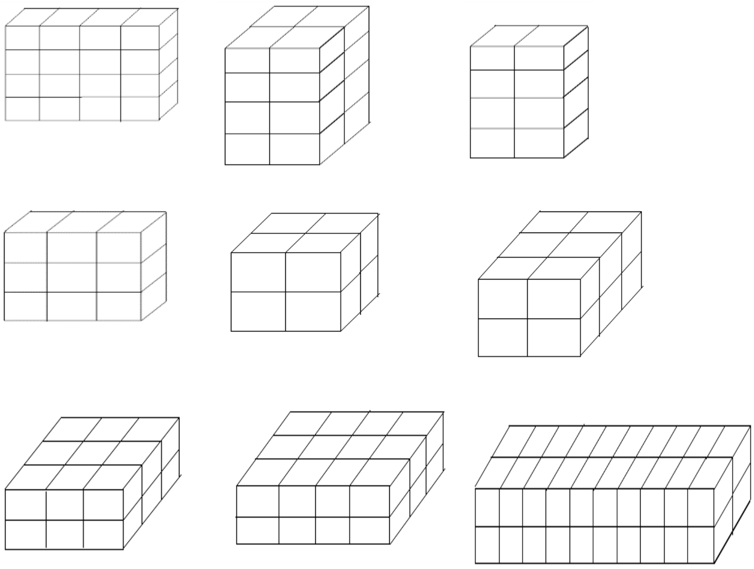
3ª las medidas de hoja de lata, de forma cilíndrica, sirven exclusivamente para la leche y el aceite.
Tanintarekua. Tiamu ts'irimpiiri ts'eritarakwa, kanikwa yonhesïnt'i, itsukwa kejpatiechaksï urasït'i.

Ejercicio 1.- Un libro de principios del siglo XX
(tomado de Bruño, 1909).

Ejercicio 2

Medidas que usan los constructores

Tsïntsïkwariri



Busca en los cuadros un cuerpo que tenga siete centímetros cúbicos.
Exenharhita jimini ka exentsï imani enka yumu tsimani centimetru uanaparapak'a.

Corta de un jabón un cuerpo que mida siete centímetros cúbicos
Xapu ma ústa, enka yúmu tsimani centrímetu uanaparaak'a.

Observa en este nuevo cuerpo sus caras, líneas, ángulos, puntos y sus tres dimensiones.
Eraerata kanharhikuechani ka wanamukuechani ka ts'umintikuechani.

Dime ¿Qué cuerpos contienen exactamente al de siete centímetros cúbicos y cuales no lo contienen?
Arhirini ¿Nakiksï yúmu tsimapuru uanaparhaski?

Cuenta de siete en siete centímetros cúbicos, comenzando con uno, con dos, con tres, con cuatro, con cinco, con seis, con siete y hasta veintiún centímetros cúbicos.
Kúntapaa yámintu yúmu tsimani uanaparhatichani. Ma jinkoni wéena, ka tatsekwa tsimani jinkoni ka tatsekwa tanimu jinkuni ka isï nipa ma ekwatsirhu jamperi waneraani.

Quita de siete en siete centímetros cúbicos comenzando con veintiuno, vente, diecinueve, dieciocho, diecisiete, dieciséis y quince.

Yásï jarhankutapaa yúmu tsimani wanaparhatichani, ma ekwatsi máarhu wéena ka ísïri jarhankutapaaka ka témpeni yúmurhu jamperi.

¿Con cuántas medidas de siete centímetros cúbicos se forman las medidas de siete, catorce y veintiuno?
¿Namuni yumu tsimani wanaparhatichani jinkonti yumu tsimani yóparhatantaa o tempeni t'amu, o ma ekwatsi ka ma?

¿Cuántas medidas de siete centímetros cúbicos caben en veintiuno, catorce y siete?
Ekari yumu tsimani wanaparhatichani jatsiaka, namunksï jatanhenta ma ekwatsi ka ma takukatarhu o tempeni t'amurhu o yumu tsimanirhu?

Busca en los cuadros los cuerpos que tengan ocho centímetros cúbicos.
Nákiksï yumu tanimu wanaparhaski?

Corta de un jabón tres cuerpos que midan ocho centímetros cúbicos de tres formas diferentes.
Tanipuru újta ma xapuni enka yumu tanipurhu wanaparhaaka. K'oru exe eskaksï no májkweni jáparaaka.

Observa en estos tres cuerpos, sus caras, líneas, ángulos, puntos y sus tres dimensiones
Yásï eraeraparhataa

¿Qué cuerpos contienen exactamente a los de ocho centímetros cúbicos y cuales no los tienen?
¿Nakiksï yumu tanipurhu wanaparhaaski ka nákiksï no xáni kéraski?

Cuenta de ocho en ocho centímetros cúbicos comenzando con uno, con dos, con tres con cuatro, con cinco, con seis, con siete y con ocho hasta veinte centímetros cúbicos.
Miyupaa yumu tanimu wanaparhatichani, ma echakwa jinkoni wéena ka ma ekwatsirhu jampera k'amaruk'u.

Ejercicio 2.- Un ejemplo de las lecciones del libro de Hernández (1910).

Ejercicio 3

Sistema métrico decimal

Témpinichani ts’éritarakwa

Las compañeras de Rosita están muy contentas. El maestro de deportes les está enseñando a jugar warhukwa. Forma el equipo solo con niñas que midan un metro treinta y cinco centímetros. La maestra va tomar las medidas a las niñas y quiere que le ayudes. ¿Qué necesitas para medirlas?

Tú ya lo sabes. Se necesita el metro.

Rosaeri pámpitpiriichaksï tsípikwarhixati. Tata jorhentpiri jorhentaaxati warhukwa ch’anani. Yoarhiaxati nanakechani enkaksï ma yoxurhakwa ka terujkani jamperi yot’arhakia. Nana jorhetpiri ts’éritawaat’i nanakechaani ka wéksïnt’i eskari jarhoataaka. ¿Amperi jinkonti ts’éritaawa? T’uri mitiskia. Ts’éritarakwa yósti wetarhiat’i.

El metro es la unidad de las medidas de longitud. Puede ser de madera, de metal, de hule, etc.

Yóskwa ka kóskwa ampe metru jinkoni ts’éritanhasïnt’i. Wáati chkaririni o tiamueri.

Ejercicio 3.- Una lección del libro de tercer grado
(Caballero y Villaseñor, 1960).

Ejercicio 4

Medidas de volumen
Wininhekweri ampe ts’eritakwecha

En las lecciones anteriores aprendiste que para medir longitudes o distancias se emplea el metro lineal, y que para medir superficies se usa el metro cuadrado.
Jorhenkwarhiskaksï ya eska yóskwa ka koskwa ampe métru jinkoni ts’éritanhasïnkaksï. Ka eska koakurhakwa ka kojtsïkurakwa ampe métru cuadradu jinkoni ts’eritanhasïnka.

Cuando tengas que medir volúmenes usaras el metro cubico.
Enkani jatanhekueri ampe mitekwekaaka, jimajkani jarasti jatanhekweri ts’éritarakua enka utusï jimpo metru cubicu arhinhajka.

El metro cubico es un cubo cuyas arista miden un metro.
Jatanhekweri ts’éritarakwa ma, ma wanapkurhakwespti.

El símbolo de metros cúbicos es m^3.
m^3 jimpo mítenhasïnti eska wanapkuraxaka.

Estas unidades de medida se emplean para medir arena, tierra, piedra, el volumen de agua que puede contener una presa, etc.
Ka m^3 jima marhoasïnti enka kutsari ampe ts’eritanhaka o tsakapu ampe o itsï ampe enka jampontarhu jataak’a.

El metro cubico es la unidad de medida de volumen.
Ma m^3 jimpo wénanhasïnti jatanhekweri ampe ts’éritanhani.

5 m^3 se lee: cinco metros cúbicos; 12 m^3 se lee: doce metros cúbicos.
5 m^3 arhixati eska yumu xanhari wanapkuraxaka; ka 12 m^3 arhixati eska tempeni tsimani xanhari wanapkuraxaka.

Un metro cubico equivale a mil decímetros cúbicos.
Ma wanapkurakwaruksï jatanhentasïnti yúmu tempeni ka yúmu echakwa kok’urakuecha

El símbolo de decímetros cúbicos es md^3.
md^3 jimpo mítenhasïnti eska jatanhekwa kójkurhakuaeri arixaka

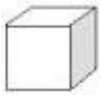
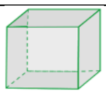
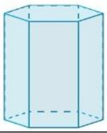
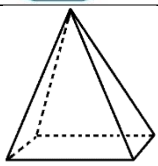
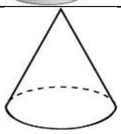
El decímetro cubico es un cubo cuyas aristas miden un decímetro cubico.
Decímetru cubicu mántani kójkurhakwa wanapkurasïnti.

Ejercicio 4.- Una lección del libro de tercer grado
(Caballero y Villaseñor, 1960).

Ejercicio 5

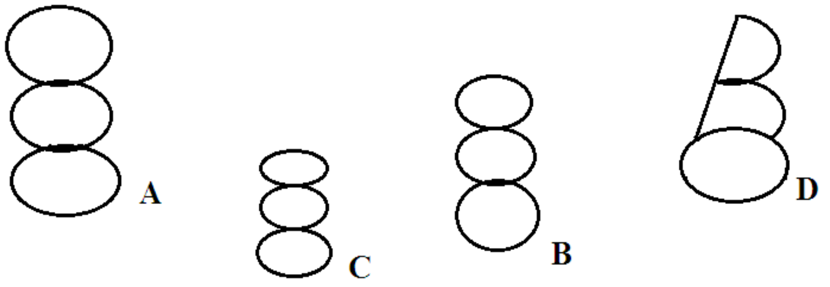
La esfera tiene una sola superficie, que es curva y equivale a 4 veces el circulo máximo, o sea, el que tiene por radio el radio, de la esfera (r= radio). $A = 4\pi r^2$

Wirhipu mák’u wirhipeparasti, ka t’amu xanharku úsïnti arunhentani, enkaksï utusï jimpo radio arhijka (r=radio)

Formulas Terukutakuecha		Volúmenes Ná xani jatanhea ma ampe patsarakwa
$V=a^1$		Cubo. La medida de una arista se eleva al cubo. Jókukata (troje). Eska xáni yónheaka ka kónheni ka yotani
$V=a^2h$		Prisma cuadrangular. Área de la base por la altura. Jókukata yósti (troje). Eska xáni yónheaka ka kónheni ka yotani
V=abh		Paralelepípedo rectangular. Área de la base x la altura. Yósti jatanhekwa: Eska xáni yónheaka ka kónheni ka yotani
V=Bh		Prisma recto cualquiera. Área de la base x la altura. Joskwa ják’i: Eska xáni yónheaka ka kónheni ka yotani
$V=\frac{Bh}{3}$		Pirámide. El área de la base por la altura se divide entre 3, porque el volumen de una pirámide equivalente a la tercera parte del volumen de un prisma de la misma base y altura. Yákata: tanipuru ústakorheati eska xani yónhek’a ka kónheni ka yotani ma jókukata
$V=\pi r^2 h$		Cilindro. El área de la base por la altura. Ma kamanharhikwa: ma k’atarisïnti
$v=\frac{\pi r^2 h}{3}$		Cono. El volumen de un cono equivale a la tercera parte del volumen de un cilindro de iguales de base y altura. Yákata wiripkurati: tanimu xanharhi ústantasïnti k´atariichani
$v=\frac{4\pi r^2}{3}$		Esfera. El volumen de una esfera equivale a cuatro terceras partes del producto de π por el cubo del radio. Jini wiriptapanhasïnti.

Ejercicio 5.- Mi libro de Aritmética. Sexto grado.
(Hernández y López, 1962).

Ejercicio 6



Estos cuerpos se hicieron con masa para tortillas.
Ariksï ichuskutaaecha tsireriristi.

¿Para cual se necesitó más masa, para hacer A o B? ______________
B es igual que una parte de A.
¿Náki sánteru tsïreri úraski. A úkata o B úkata? _________________
B úkata A úkatarhu p'itakatesti.

Decimos que A tiene mayor volumen que B.
Arhisïnkaksï eska A úkata sánteru tsïreri paska eska B úkata.

¿Para cual se necesitó más masa, para hacer A o C? __________
¿Náki sánteru tsïreri úraski, A úkata o C úkata?

¿Es igual C a una parte de A?_________
Eka A úkata tanimu tsïreriika, ¿jatanhenta C úkata ma ima tsïrerirhu?

¿Cuál tiene mayor volumen, A o C?_______
¿Naki santeru k'eski, A úkata o C úkata? ______

D es igual que una parte de A. ¿Cuál tiene mayor volumen, D o A?________
Eka D úkata xáni k'eka eska ma arukukata A úkatarhu, ¿Náki santeru k'ee?

De A, B y C, ¿Cuál tiene menor volumen? _________
¿Naki sántku tsïreri úraski? A úkata o B úkata o C úkata.

D no es igual que una parte de B, ni B es igual a una parte de D.
D úkata ka B arukukata ma noksï mak'ueni k'esti, kajtu B úkata ka D arukukata ma noksï mak'ueni k'esti.

Sin embargo, para hacer D se usó más masa que para hacer B.

K’oru D úkuta santeru tsïreri past’i eska B úkuta

¿Cuál tiene mayor volumen, D o B? ________

¿Naki santeru kanikwa k’eski, D úkata o B úkata? ________

Ejercicio 6.- El volumen en el libro de cuarto grado.
(Filloy et al., 1974).

Ejercicio 7

Para comparar los pesos de los dos pedazos de tela, Rosa uso una balanza como esta:
Rosa wékaxati tsimani jasï takusï ts'énkutantaani, ka ariini jasï kw'etsapetarakwa úrasti:

El pedazo de tela que pesara más seria el de mayor área.
Enka ma takusï sánteru kw'etsapik'a jimajkani santeru kóskat'i.

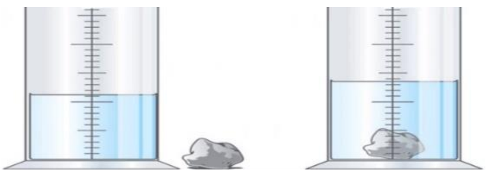
Tú y tus compañeros pueden construir una balanza y usarla para comparar las áreas de distintas figuras del mismo material.
Chájtu kw'etsaperakwa ma újee, ka jimajtsï ts'enkutaaka ná xani kóskaski ampe ma enka mamaru jáxeka.

Tu maestro te dirá como construirla.
Tata jorhetpirikini arhiat'i nena úni.

Hemos visto que podemos usar una balanza para comparar áreas; también nos puede servir para comparar volúmenes pero, al igual que el área, debemos tener cuidado de que los objetos que comparemos sean del mismo material.
Exeskaksï ya eskaksï kw'etsaperakwa jimpo usïnk'a ts'enkutantani kosti ampe; istutsï úak'a tayapikwa ampe ts'enkutant'ani, xeparink'u eskakï no materu ampe jinkoni jewetani jawak'a.

Hay otras maneras de comparar los volúmenes de distintos cuerpos.
Úakaksï máteru ampe jinkoni ts'énkutant'ani tsimani jasï tayankeriichani

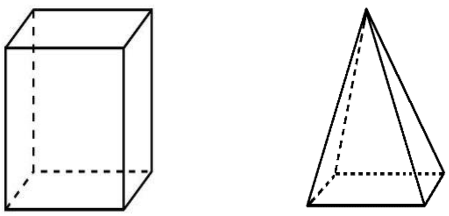
Por ejemplo, si queremos comparar los volúmenes de dos piedras del mismo tipo, podemos sumergirlos una por una en un recipiente con agua:
Exetkiru, tsuntsurhu ma itsï jatsira, ka jima kw'anima ma tsakapuni ka tatsekwa materuni ka jimari ts'énkutaaka náki sánteru kw'ekw'etsaxesk'i.



La que haga subir más el nivel del agua será la que tiene el mayor volumen.
Ima tsakapu enka itsïni winimutani jámaaka imá sánteru kw'ekw'etsanharit'i.

Ejercicio 7.- Métodos indirectos para medir. Cuarto grado
(Filloy et al., 1974).

Ejercicio 8



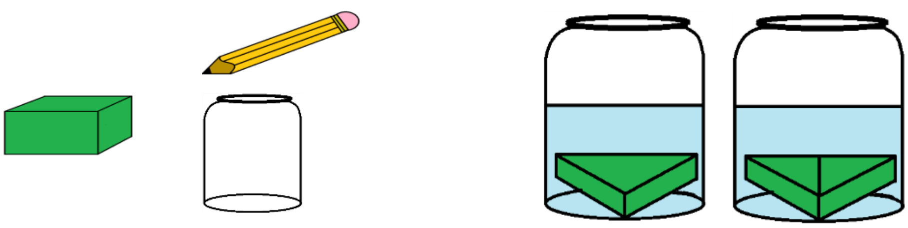
Ya sabemos la relación para calcular el volumen de un prisma. Escríbelo aquí:
Volumen del prisma =___________________
Mistikaksï nena terukutani yákateri wininhekwani. Karatkiru axu:
Yákata isï késti=__________________

Y para encontrar el volumen de una pirámide, ¿conoces alguna relación? ___________
Yasï nenari terukutant'a yákateri ts'éritakwani, prisma k'est'i isï.= _________

Con el objeto de que conozcas una relación con la cual se puede obtener el volumen de una pirámide, vamos a realizar un experimento:
Ju exeni nena terukutani ma yákateri ts'éritakwani:

Necesitas:
Wetarhinchasïnkari:

- Material para moldear (plastilina, mastique, sebo, parafina, u otro material que no se disuelva ni absorba agua).
- Tsïikata úrakwa enka no etsuaka (plastilina, mastique, sebo ka parafina)
- Un frasco cilíndrico y un lápiz.
- Tsuntsu yósti ma ka kararatarakwa ma.

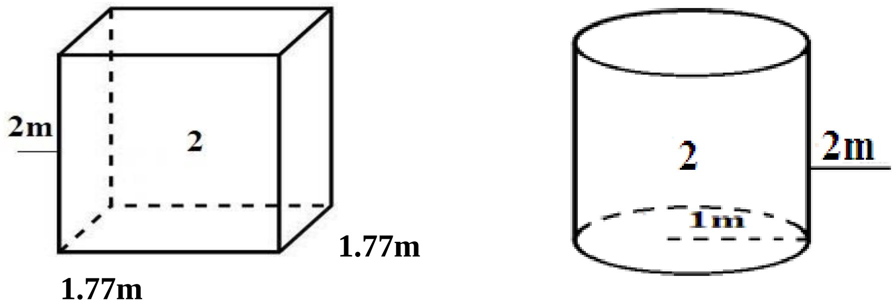


Ejercicio 8.- Matemáticas. Sexto grado.
(Álvarez, et al., 1974).

Ejercicio 9

Prisma y cilindro
Yónheti jatakwecha

Fíjate en estos dos tinacos y en sus medidas
Exea arini tsimani itsï jatakwechani ka nánkaksï jáparhaka.



Los dos tienen forma de prisma. Uno es un prisma cuadrangular, su base es cuadrada. El otro es un prisma circular, su base es un círculo.
Tsimarhanksï jini yónhesti, ma t'apuru wanaparasti ka ísï pítsist'i, ka materu jini uirhipist'i ka isjt'u pítsist'i.

Calcula el volumen, en m^3, de cada tinaco. (1)__________
Ts'erita náxani jatasïnk'i, mantani itsï jatakwa (1) _________

¿Cuántos litros de agua caben en cada tinaco? (2) __________
¿Naxani kánkachaniksï jatanhisïni itsï, mantani itsï jatakwa? (2) __________

Recuerda 1 litro = 1dm^3 (1) __________
1 m^3 = 1000 dm^3 (2) __________

Miia 1 ts'eritatarakwa = 1 dm^3 (1) ________
1 m^3 = 1000 dm^3 (2) ________

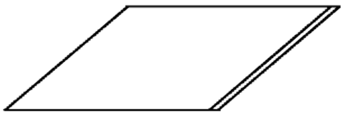
Considera a cada tinaco sin su tapa. Piensa que cada tinaco esta hecho de cemento del mismo grueso.
Isï exea itsï jatakweechani eskaksï no jukask'a mikwa. Ka eskaksï tsimarhani mak'uni tayapisk'a.

¿Podrías saber en cual tinaco se usó más cemento en su construcción?

Enkaksï tsimarhani itsï jatakwecha méntkweni tayapika, ¿Nénari mítea náki sánteru tsïtsïkwa úraski?

Discútelo en clase con tus compañeros y el maestro.
Wantontsïkwarhi chit'i pampitpiricha jinkoni ka tata jorhetpiri jinkoni.

Supone que una lámina de asbesto, del mismo grueso que el utilizado en los tinacos, y en forma de un cuadrado de 1m de lado pesa 8 kilos.
Enka sïkwa t'amu tsúnuntikwa jukaka ka ma yoskurhakwechani yóparhani, eranhaska eska yumu tanimu kilu kw'etsapiska.



$1m^3$ de cemento pesa 8 kilos.
$1m^3$ sïkwa kot'i yumu tanimu kilu kw'etsapist'i.

¿Cuánto pesa cada uno de los tinacos? (1) =_________
¿Naxani kw'etsapiski mantani itsï jatakwa? (1) = _________

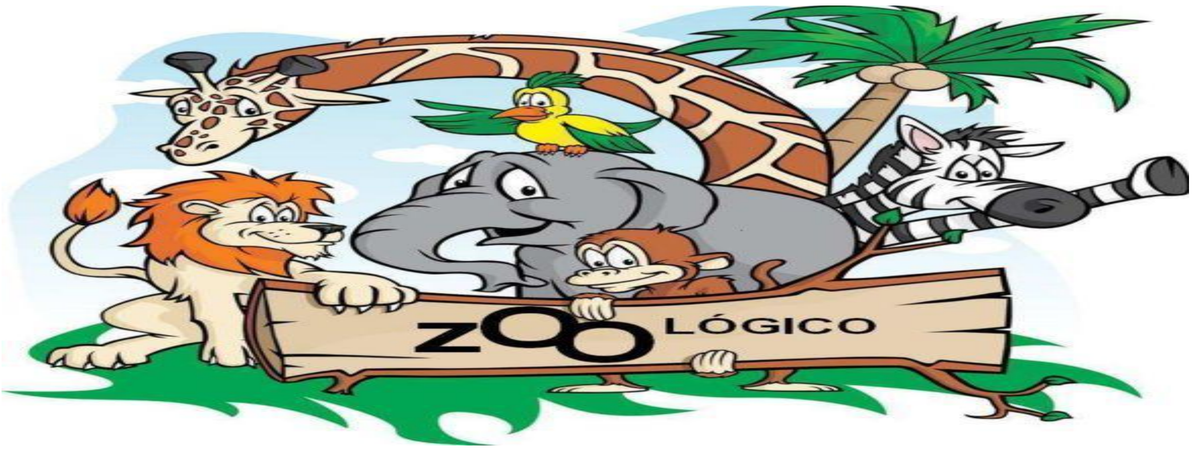
¿Cuál tinaco es preferible y porque? (2) = __________
¿Naki jatakwa santeru sesi jarhask'i ka anti? (2) = _______

Ejercicio 9.- Matemáticas. Sexto grado
(Álvarez et al., 1974).

Ejercicio 10

Arreglos en el zoológico

Manakwarhiriicheri irekwa sesi jántskwa

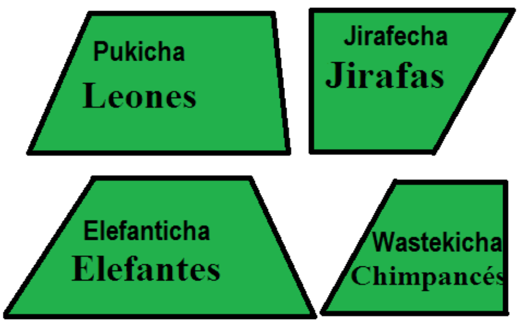


Van a arreglar el zoológico para que los animales estén cómodos. La encargada le conto a los niños lo siguiente:

Manakwarhiriicheri irekwa sesi jántskanhantaati. Ka sapiichaksï i ampe ayankunhantaspti:

El corral más grande será para los leones. El que le sigue en tamaño para los elefantes. Un corral más pequeño será para las jirafas. El más chico de todos los corrales será para los chimpancés. Estos son los dibujos de los corrales donde pondrán a los animales.

Pukiichaksï sánteru kópentekwarhu jawati, ka jimak'u sánteru sapichurhuksï elefantiecha jawati, ka jimak'u sánteru sapichurhuksï wastekiicha jawati; arhisï eraakorheati…



¿Cómo podrás saber cuál prado es más chico y cual es más grande? _____________

¿Nenari mitia náki santeru koakurhaski? _______________

Discute con tus compañeros una forma de averiguarlo. Puedes utilizar las figuras verdes del material recortable número 8. Después escribe en cada prado el nombre de los animales que irán ahí.

Wantontsikwarhi chiit'i pampitpiriicha jinkoni nenajtsï upirini mítini. W'aakari sïranta ampe kachukwani. Ka jimak'u karanhariku nakinksï manakwarhitiichani péerawa.

Para saber cuál prado es más grande y cual es más chico. Pepe recortó las figuras y colocó una encima de otra.
Pepe wékaxapti mitini nakink'a santeru koakurhapka, jimajkani kuntaaspti sïranta kachukukatechani.

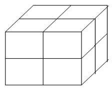
El procedimiento que seguiste. ¿Es igual al de Pepe?
¿T'ut'u Pepiini ts'eritaski?

Ejercicio 10.- Matemáticas. Tercer grado
(Álvarez et al., 1996).

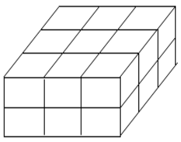
Ejercicio 11

Presentaciones planas de los cuerpos
Korhat'i exerperakweecha

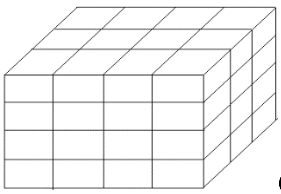
El bloque A se ha formado poniendo ocho cubos juntos
Ixuchi jatsiska A úkat'a ma, enka yumu tanimu úkata sapirati jatanhiaka.


A

a) ¿De cuántos cubos esta echo el bloque B? (no hay huecos adentro). _____
a) ¿Namuni úkata sapirari jatanhiski B úkata? (yámu winirixati).___________

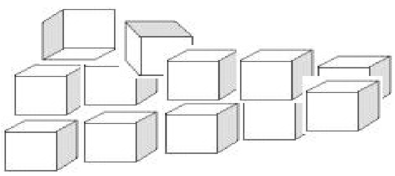

B

b) El bloque C se ha formado poniendo algunos cubos.
b) Maru úkat'a sapirati jimpo úkwarhit'i C úkata k'eri.

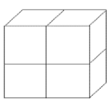

C

¿Cuántos cubos forman el bloque C?___________________
¿Namuni úkata sapirari jatanhiski C úkatarhu? ____________

c) Se ha deshecho el bloque C y se quiere hacer una torre.
c) C úkat'a kakakwarhintat'i ka yásï jini kúts'itakwarhiati.


C

¿Cuantos pisos tendrá la torre si cada piso es de esta forma?______
¿Namuni úkata sapirari kutsïakwa enkaksï arisï kórhaaka?_____

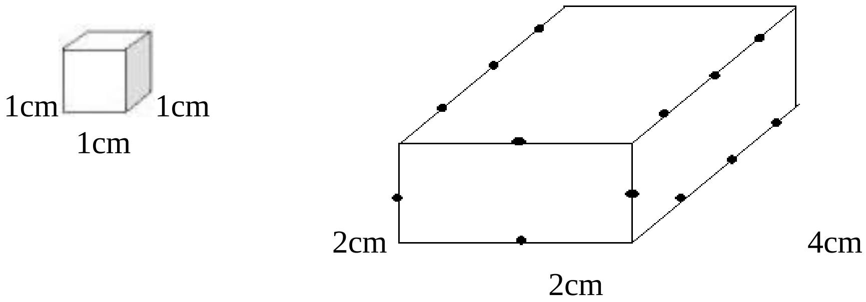


Ejercicio 11.- Problema 1.
(Hart et al., 1985).

Ejercicio 12

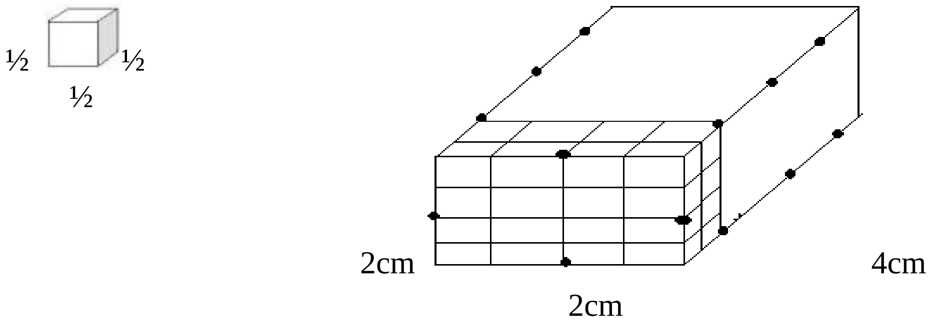
a) ¿Con cuántos cubos de 1cm por lado se puede formar el prisma siguiente?

a) Ekari arhini jarhati úkata sapirati jatsiaka. ¿Namuni jinkonti únta arhini jásï ma ukat'a?



b) ¿Cuantos cubos pequeños como este son necesarios para formar el mismo bloque?

b) Ka ekari arhini jarhati úkata sapirati jatsiaka, ¿Namuni jinkonti únta májkweni kéri úkatani?



Ejercicio 12.- Problema 2.
(Hart et al., 1985).

Ejercicio 13

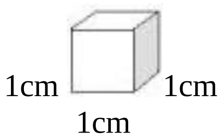
La cantidad de espacio dentro de un bloque se llama volumen.
Naki wéjki úkat´a kónhesïnti ka jatanhekwa incharini jarasïnti

El volumen del bloque A es de 1 centímetro cúbico.

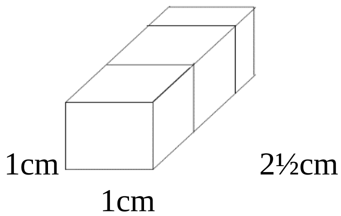
Ma centímetru cubicu jatanhesïnt'i A úkatarhu

El volumen del bloque B es de 2 1/2 centímetros cúbicos.
Tsimani ka teruk'ani centímetru cubicuecha jatanhest'i B úkata

A

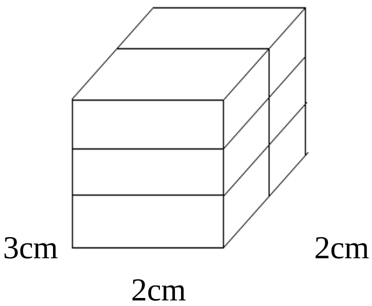


B

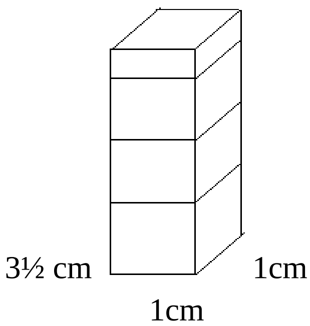


Encuentra el volumen en centímetros cúbicos de cada uno de los bloques C, D, E.
Namuni centimetru cúbicuksï jatanheski arhicha: C úkata, D úkata, ka E úkata.

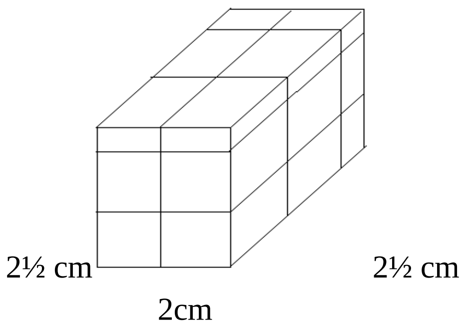
C



D



F

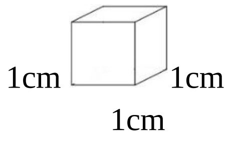


Ejercicio 13.- Problema 3.
(Hart et al., 1985).

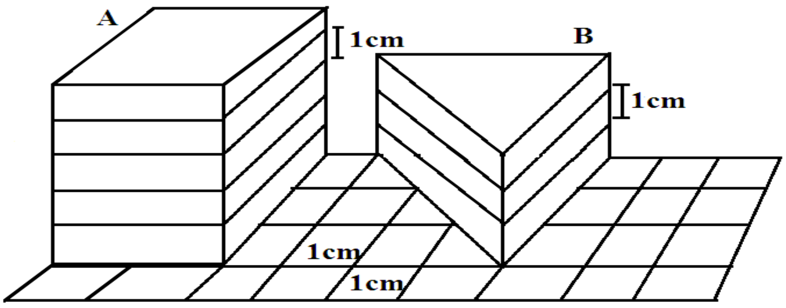
Ejercicio 14

Representaciones planas de datos
Korhat'i exerperakweecha mitintsikweeri

El volumen de este bloque mide un centímetro cubico.
Ari úkuta ma centímetro cubicu wanaparhakusti.



Encuentra el volumen en centímetros cúbicos de cada uno de los bloques A y B.
Namuni úkata sapirhati jatanheskiksï arhi A úkata ka B úkata



Ejercicio 14.- Problema 4.
(Hart et al., 1985).

Ejercicio 15

Representaciones planas y conservación

Jatsínhakwa ka p’ítanhakwa ampe

Esta pregunta es acerca del volumen de aire que queda en una caja cuando se pone algo en ella.

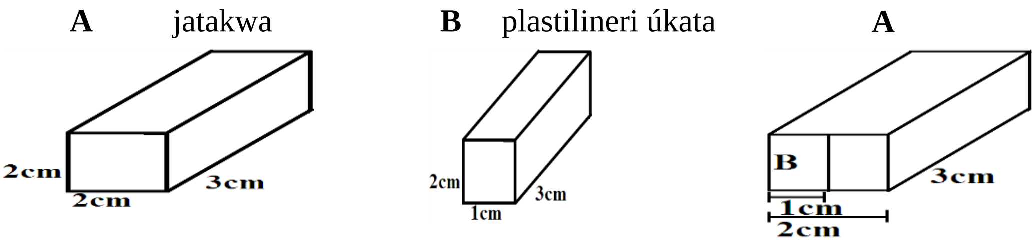
I kurhamarhikwa tarhiaterit’i enka cajarhu pakanhik’a enkaksï jatsïraka ampe.

Cuando la caja está vacía, el volumen de espacio de la caja A mide 12 centímetros cúbicos.

Enka A jatakwa no mampe jatarini jawak’a, tempeni tsimani centímetru cubicu konhisïnt’i

a) Se pone un bloque de plastilina dentro de la caja:

a) Plastilineri útakata jatsira A jatakwarhu

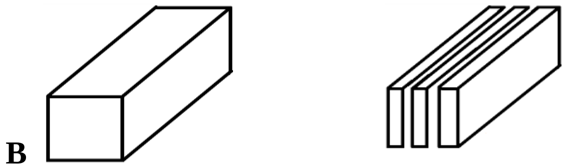


¿Cuál crees que es el volumen de aire que queda en la caja ahora que B está en ese lugar?

¿Na xani tarhiata pakanhisk’i jatakwarhu enka B jima jatarini jak’a ya?

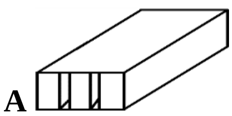
Se saca el bloque B de la caja y se divide en 3 ‘rebanadas’:

P’itanhantsï B úkatani ka tanipuru ústantsï:



Luego se ponen las tres ‘rebanadas’ dentro de la caja A:

Ka tanimu ústakatechani ménteru jatsiraantsï:



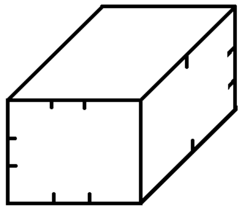
¿Cuál crees que es el volumen de aire que queda en la caja A?

¿Nari arhik’i, náxani tarhiata pakanhï jatakwarhu?

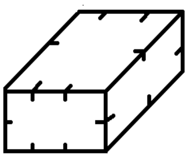
Ejercicio 15.- Problema 5. (Hart et al., 1985).

Ejercicio 16

En el interior de la caja siguiente,
Eranha arini jatakwani

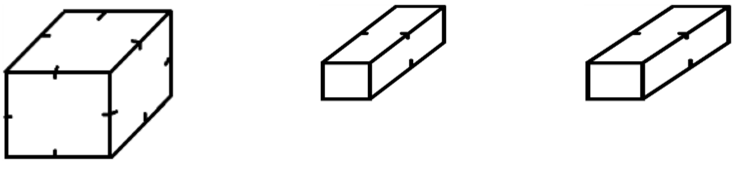


Hay un bloque de plastilina como esta
Plastilineri újkukata ma jatanhitixati



a) ¿Cuánto espacio vacío queda en la caja?
a) ¿Na xanteru tarhiata pakanheski?

Si dividimos el bloque de plastilina así:
Ekaksï plastilineri úkatani arhukuska:



Y lo colocamos en tres pedazos en la caja.
Ka ísïksï jatsirantani jatakwarhu.

b) ¿Cuánto mide el volumen de espacio libre ahora?
b) Yasï. ¿Na xani tarhiata pakanhisk'i ya?

Ejercicio 16.- Problema 5 para el caso mexicano.
(Figuras y Waldegg, 1986).

Ejercicio 17

En la tabla siguiente encontraras en la primera columna una lista de objetos. En la segunda, tacha sí o no según pienses que es posible obtener el volumen de los objetos de cada reglón y, en la tercera columna escribe en que basas tu idea.

Arhi kantsakatarhu mamaru ampe karanharhist'i, Jimak'u kwirunharhik'u enk'a úka o no úk'a mítikwarhini na xani jatanheski ampe. Ka kara antirixí ísï eratsijki.

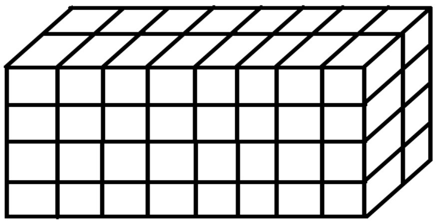
Objetos	¿Es posible obtener el volumen?	¿Por qué dices que si o que no?
Una silla	Si no	
Un auditorio	Si no	
Una tuerca	Si no	
Un pañuelo	Si no	
Una hoja de papel	Si no	
Un trompo	Si no	
Un estanque	Si no	
Una esfera navideña	Si no	
Una copa	Si no	
Un tanque de gas	Si no	
Una piedra	Si no	
Una naranja	Si no	

Úrakweecha	¿Usïni jatanhentskwa p'itakuntani?	¿Antirisï ísï eratsik'i?
Waxantsikwa ma	jo nompe	
Kopikwa	jo nompe	
Tiamu ma	jo nompe	
Atachi ma	jo nompe	
Sïrant'a ma	jo nompe	
Turhump'a ma	jo nompe	
Chekakwa ma	jo nompe	
Exempekwa ma	jo nompe	
Atarakwa ma	jo nompe	
Gasï jatakwa	jo nompe	
Tsakapu ma	jo nompe	
Naraxa ma	jo nompe	

Ejercicio 17.- Pregunta 2.
(Sáiz, 1999).

Ejercicio 18

A Julián, un alumno de sexto grado de primaria, su maestra le pidió que calculara el volumen de un paralelepípedo hecho de cubos, como el que parece en la siguiente figura:
Nana jorhentpiri arhispt'i julianuni, enka kuimu wexurhini jamani jaka, eska ts'eritaaka arini úkatani:



Julián le dijo a su maestra: "el volumen es 64 porque puedo desbaratar el paralelepípedo y con el mismo número de cubos formar un cubo de 4 por lado. Yo sé que para calcular el volumen de un cubo se multiplica 4x4x4, y cuando resuelvo la operación me sale 64".
Juliáni nana jorhetpirini arhit'i: úkata tanimu ekwatsi ka t'amu ichakwa jatanhiasti úkata sapirhat'i jimpokani ji úaaka etsakwantani ka menteru t'achani ekwakwantani. Eraa wákaksï jatanhanikwani mítini enkaksï tanimu xanhari ekwakunhantaska ma yoparhakwani, isï jimpo jasï tanimu ekwatsi ka t'amu wentasinti 4x4x4= 64.

a) Si Julián fuera tu alumno y te respondiera como a su maestra, ¿Qué le dirías? ¿Por qué?
a) Enk'a Juliáni chiit'i jorhenkwarhiripirinka ka ísïkini mokuchini ¿Nari arhipirini? Ka ¿Anti? Ísï

b) ¿Le recomendarías hacerlo de una manera distinta? En caso afirmativo, ¿Qué procedimientos le sugerirías?
b) Upirint'i menteruni arhistakuni, enka ísïk'a ¿nenari arhipirini?

Ejercicio 18.- Pregunta 5.
(Sáiz, 1999).

Ejercicio 19

Volumen y Capacidad

Jatakwa ka Jatsirakwa

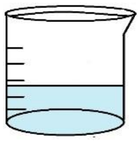
El maestro Julián ha pedido a sus alumnos que calculen el volumen de una taza.

Tata jorhetpiri julianu arhiat'i jorhenkwarhirichani eskaksï exeaka na xani jatasïnki ma tsuntsu.

Amalia vertió agua en ella y luego midió el líquido usado en un recipiente graduado.

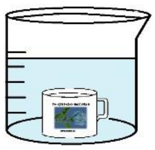
Amalia tsuntsurhu itsï jatsirati ka tatsikwa materu jatakwarhu ts'eritantaspti.






Ana metió la taza en un recipiente graduado, con agua, y midió cuanto subía el nivel del agua.

Ana tsuntsuni ma jatsiraspti porhechirhu, enka itsi jataspka, ka exepaxapti na xani karharapaxapi itsi.


a) ¿Que midió Amalia? ___________________________

a) ¿Ampe ts'eritask'i Amalia? _________________________

b) ¿Qué midió Ana? ___________________________

b) ¿Ampe ts'eritask'i Ana? ________________________

c) ¿cuál de las dos calculo el volumen de la taza? _______________________

c) ¿Nak'i jimpo mitikurhiski na xani tayapiski tsuntsu? ____________________

Ejercicio 19.- Pregunta 6. (Sáiz, 1999).

Ejercicio 20

En la siguiente tabla, en la primera columna, aparece una lista de propiedades de los cuerpos. En la segunda columna tacha sí o no según creas que la propiedad mencionada está relacionada o no con el volumen. En la tercera comenta porque dices que si o que no.

Arini wikiskanta kantsakatarhuksï xarharaxati maru marhoatatarakwecha, kwirunharhiku jimaku orhepani ekaksï jatakwarhu úranhak'a, ka tatsikwa arhi ampe jimporisï ísï eratsik'i.

Propiedad	¿Crees que está relacionado con el volumen?	¿Por qué dices que si o que no?
Presión	Si o no	
Temperatura	Si o no	
Masa	Si o no	
Capacidad	Si o no	
Posibilidad de flotar en el agua	Si o no	
Posibilidad de flotar en el aire	Si o no	
Área lateral	Si o no	

Marhoatakwa	¿Ts'eritatakwarhu marhoasïnki?	¿Antirisï ísï arhik'i?
puruatakwa	jo o nompe	
Ts'irari ka aparhita	jo o nompe	
Tepaxekwa	Jo o nompe	
Jatanhikwa	jo o nompe	
Xarhiatsikwa?	jo o nompe	
Kátakurhia?	jo o nompe	
Wanhaparhakuni	jo o nompe	

Ejercicio 20.- Pregunta 4.
(Sáiz, 1999).

Ejercicio 21

Modelos para construir
Kantsakateecha

Rosa y Paco quieren armar cajitas siguiendo los modelos que aparecen en esta lección. Tú también puedes aprovechar tus habilidades.
Rosa ka Panchuksi jatakuechani úkuekaaxati, ka ari únharhikukataechanksi úrawaati. t'ut'uri uaak'a eratsekuntani.

1.- Para realizar las actividades de esta lección, necesitamos el siguiente material:
1.- Ari ampe jinkuni úakachi úkwechani jorhenkuarhini irini arhistatsperakuani

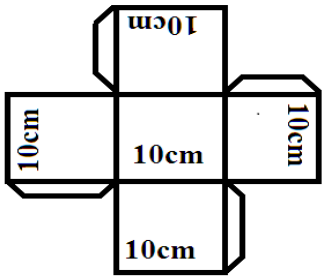
-Un pliego de cartoncillo
- Sïrant'a tayapit'i maechakwa

- Una regla graduada
- Ts'eritatarakwa ma

- Unas tijeras
- Kachukutarakwa ma

- Pegamento
- Matakutarakwa

A



El dibujo de la derecha es el modelo para construir una caja. Antes de armarla, contesta las preguntas.
Únharhikukat'a enka jajtakutini jak'a marhoawat'i. Orheta mokwantsï ari kurhamarhikweechani ka xasïri unt'ak'a cajani.

¿Cuantos cuadros hay en el modelo?____________
¿Naksï xani cuadrucha jarhask'i únharhikukatarhu? ____________

¿Cuántas pestañas hay en el modelo? ____________
¿Naksï xani matakukweecha jarhask'i únharhikukatarhu? _________

¿Miden lo mismo todos los cuadros? ___________
¿Makuniksï yoparhaski yamint'u cuadrucha? ________

¿Cuánto va a medir un lado de cada cuadro en el dibujo que tú hagas? _____
¿Naxani yoparha ma cuadru únharhikukatarhu enkari t'u úaak'a? _____

¿Crees que quepa este modelo, con las medidas que se indican, en un cuadrado de cartulina de 20 centímetros de lado? ____________

¿Anti jatanharhia, sïrant'a tayapitirhu enka ma ekwatsi centimetru yoparhapaka?_______

¿Por qué? Discútelo con tus compañeros.
¿Ant'i? wantontsikwarhi chiit'i pampitpiiricha jinkoni.

Ahora sigue las instrucciones para poder armar la caja:
Yasï k'oru, exepa naank'a únhantk'a caja:

Dibuja el modelo sobre el cartoncillo, teniendo cuidado de que las medidas sean las que están señaladas. Recorta el modelo. Dobla el modelo sobre sobre las líneas punteadas y pégala.
Sïrantarhu únharhik'u sesi ts'eritataparini. Tatsikwa Kachunharhita ka tsikak'u kwirukurhikweecharhu ka mataku ya.

Ejercicio 21.- Modelos para construir.
(Álvarez et al., 1996, b, pág. 172).

Ejercicio 22

2.-Este es el modelo para construir otra caja. Contesta las siguientes preguntas.
Ari únharhikukat'a materu caja úrakwet'i. Mokwantsï arini kurhamarikwechani.

¿Qué formas vez en este modelo? __________
¿Ampe jasï úkateechani exeaxakiri arini únharhikukatarhu? _______

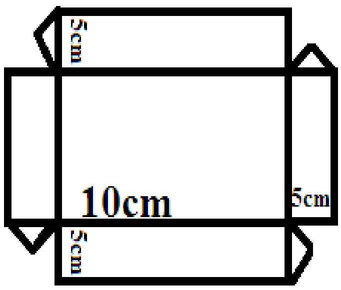
¿Qué formas tienen las pestañas? ___________
¿Naksï jarhat'isk'i matakukwa jempeecha?_________

¿Cuántos cuadros hay en este modelo? __________
¿Namuksï cuadrucha jarhask'i únharhikukatarhu?___

¿Cuántos rectángulos hay? _________
¿Namuksi jini yorhaski? ___________

¿Cuántos triángulos? __________
¿Namuksi yakateni jarhaski?__________

B



¿Crees que si haces este dibujo siguiendo las medidas que se indican, quepa en una cartulina cuadrada de 20 centímetros por lado? ¿Por qué?
¿Anti jatanharhia yamu únharhikukat'a sïrant'a tayapitirhu ma enka ma ekwatsi centimetru yoparhak'a? ¿Ant'i?

Discute con tus compañeros.
Wantontsikwarhi chiit'i pampitpiriicha jinkoni.

Para armar esta caja, sigue las mismas instrucciones que seguiste para armar la anterior. Luego ponle la letra B.
Ini cajani úakari mentkueni úntani eska ima enkari yasi isi k'amarak'a, ka tatsikwa B jatsiparhaku.

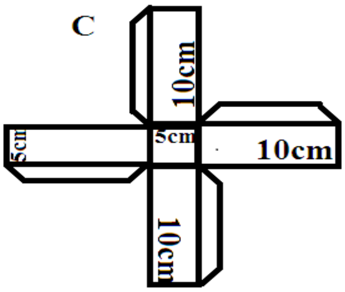
3.-Este es un modelo para construir la tercera caja. A esta caja le llamaremos caja C. Antes de armarla contesta las siguientes preguntas.
Ari únharhikukat'a materu caja úrakwet'i ka arhinhatarsïnkaksï C úkata. Mókwantsï arini kurhamarikweechani ka jimak'u cajani untsï ya.

¿Qué formas vez en este modelo? ___________
¿Ampe jasï ukateechani exexakiri arini unharhikukatarhu? _________

¿Cuántos cuadros hay en este modelo?
¿Namuksï cuadrucha jarhask'i únharhikukatarhu? _______

¿Son igual todos los rectángulos que hay en este modelo? ______
¿Enkaksï jini yoparhak'a yamintuksï makweni jarhask'i? ________

¿Qué medidas tiene cada uno de los rectángulos que hay en este modelo?
Ts'eritaa yoparhatichani ka ixu kará



Largo: _______
Yot'i: _______
Ancho: _______
Kot'i: ________

Para armar esta caja, sigue las mismas instrucciones que seguiste para armar los modelos anteriores.
Úntsï arini cajani, isï enkari na úaantapk'a materu cajechani.

Ejercicio 22.- Modelos para construir.
(Álvarez et al., 1996, b, pág. 173).

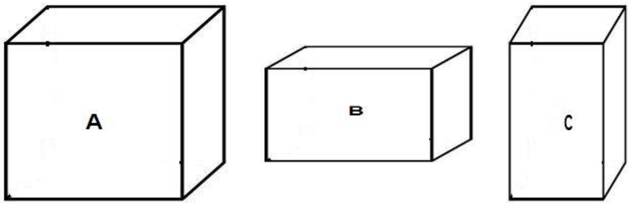
Ejercicio 23

Lo que cabe en una caja

Na xáni jataa jatakwarhu

Rosa y paco quieren saber cuánto le cabe a las cajas que armaron. Ayúdale a averiguarlo

Rosa ka Pacu weksïntiksï mitini na xani jatanhisïni cajecharhu enkaksï waantak'a. Jarhuwa sani.



Consigue un recipiente de un cuarto de litro. Puede ser un vaso de juego o cualquier otro que en su etiqueta tenga alguna de estas leyendas:

Jirinhantsï jatakwa ma cuarto de litruri ma. Waat'i tsuntsu sapichu maeni o na wek'i jasï jatakwa enka karaparhak'a arisï:

Contenido: ¼ de l.

Jatanhisïnt'i: ¼ de l.

Contenido: 250 ml.

Jatanhisïnt'i: 250 ml.

Contenido: 0.250 l.

Jatanhisïnt'i: 0.250 l.

1.- Puedes utilizar el recipiente, arena y las cajas que construiste en la lección anterior para contestar las siguientes preguntas:

Inte jatakwani úra ka materu jatakuechant'u ísï enkari k'amaraka úaani ka kutsarijtu kéntakwarhi ka mókwantsi ari kurhamarhikwechani:

¿A cuál de las tres cajas que construiste le cabe un cuarto de litro?________

Inte tanimu jatakuecharhu enkari uakaa, ¿naki jatanisïnki ma cuarto de litru?_______

¿Cuántas veces necesitas vaciar la caja C para llenar la caja B? ________

Ekari wekapirinka B jatakwani winirani ¿Namuni xanhariri mont'aa C jatakwani?

¿Cuántas veces necesitas vaciar la caja C para llenar la caja A? ________
Ekari wékapirinka A jatakwani winirani ¿Namuni xanhariri mont’aa C jatakwani?

¿Cuántas veces necesitas vaciar la caja B para llenar la caja A? ________
Ekari wékapirinka A jatakwani winirani ¿Namuni xanhariri mont’aa B jatakwani?

¿Qué cantidad de arena le cabe a la caja B? ________
¿Naxani kanikwa kutsari jatanhisïni B jatakwarhu? _________

¿Qué cantidad de arena le cabe a la caja A? ________
¿Naxani kanikwa kutsari jatanhisïni A jatakwarhu? _________

Luis midió arena en un bote. Vacío dos veces la caja A y una vez a caja B, ¿Cuánta arena vacío? ________
Luisi winiraxapt’i jatakwani ma, ka tsimani xanhari mont’asti A jatakwarhu, ka ma xanarhi B jatakwarhu. ¿Na xani kutsari tantaspki?

Jaime vacío tres veces la caja B, ¿Cuánta arena vacío? ________
Jaimi kutsari mont’aspti tanimu B jatakwa jinkoni, ¿Na xani kutsari montask’i?_________

Petra vacío una vez la caja B y dos veces la caja C, ¿Cuánta arena vacío? ________
Petra kutsari mont’aspti ma B jatakwa jinkoni, ka tanimu C jatakwa jinkoni ¿Na xani kutsari montask’i?_________

¿Cómo puedes indicar con fracciones lo que hizo Petra? ___________
¿Nenari waa exerpini ustantaparini enka Petra uk’a? __________

Ejercicio 23.- Lo que cabe en una caja.
(Álvarez et al., 1996, b, pág. 174).

Ejercicio 24

3.- Javier vacío esta cantidad de arena: 1 litro + ½, ¿Cuáles cajas utilizo? ____
Javier tantast'i ma litru ka teruk'ani kutsari ¿Nak'i jatakuechani urask'i? _____

Meche vacío esta cantidad de arena: ½ litro + ¼ de litro, ¿Cuáles cajas utilizo?
Meche tantast'i medio litru kutsari ka terukani materu xaniri, ¿Nak'i jatakwechani urask'i?__________

Pablo vacío esta cantidad de arena: ½ litro + ½ de litro, ¿Crees que vacío más de un litro, menos de un litro o un litro? ______
Pablu tantast'i medio litru kutsari, ka materu xanteru, ¿exesïnt'i eska ma litru montaska, o kwerataxaki o sesku ma litrueski?__________

Inés vacío esta cantidad: ¼ de litro + ¼ de litro + ¼ de litro + ¼ de litro, ¿Cuánto vacío en total? ________
Inesi t'amu cuartuechani montast'i ¿Naxani kutsari tantaaski? ___________

4.- Toño necesita vaciar dos litros y medio de arena. Escribe dos formas diferentes d hacerlo, usando siempre las tres cajas.
Toño weksïnt'i tsimani litru ka terukani kutsari mont'ani. Kara tsimani jasï untsïkwa, taniperani jatakwechani urapaarini.

Primera forma	segunda forma
Ma xanhari	tsimani xanhari

Escribe dos formas diferentes de vaciar ¾ de litro de arena, usando las cajas que quieras.
Nenari upirini tsimapuru arhini eskari ¾ litru kutsari montaxaka, jatakwechani urapariani

Primera forma	segunda forma
Ma xanhari	Tsimani xanhari

Escribe tres formas diferentes de vaciar un litro de arena, usando las cajas que quieras.
Nenari upirini tanipuri arhini eskari ma litru kutsari montaxaka, jatakuechani urapariani

Primera forma	Segunda forma	Tercera forma
Ma xanhari	Tsimani xanhari	Tanimu xanhari

5.- Javier, Meche y Pablo se pusieron a vaciar arena. Javier vacío 2 cajas B y una caja C; Meche vacío una caja A y 2 cajas C; pablo vacío una caja A, una caja B y una caja C. Javieri, Mechi ka Pablu p'irasptiksï kutsari mont'ani. Javieri mont'at'i tsimani xanhari B jatakwani ka ma xanhari C jatakwani; Mechi mont'at'i ma xanhari A jatakwani ka tsimani xanhari C jatakwechani; Pablo mont'at'i ma xanhari A jatakwani, ma xanhari B jatakwani ka ma xanhari C jatakwani.

¿Quién de los tres niños vacío más arena? ________
¿Ne santeru kanikwa kutsari mont'ask'i?_________

¿Quién de los tres vacío menos arena? ________
¿Ne santeru sank'u kutsari mont'ask'i?_________

Ejercicio 24.- Lo que cabe en una caja.
(Álvarez et al., 1996, b, pág. 175).

Ejercicio 25

Un montón de frijoles
T'atsïni tánantskwa

En la fiesta del pueblo hay muchos concursos. Beto, flor y juan participan en el siguiente:
Kw'inchikwa ireterirhu wanikwa ant'apirakweecha jarhasïnt'i. Betu, ka Flora ka juanu arhisï chánaspti:

¡Termina primero de contar 10, 000
Frijoles, llévate un premio!
¡Intsikwarhperat'a ma anta, ekari t'u
Orheta miyuantaaska tembeni mil t'atsïni!

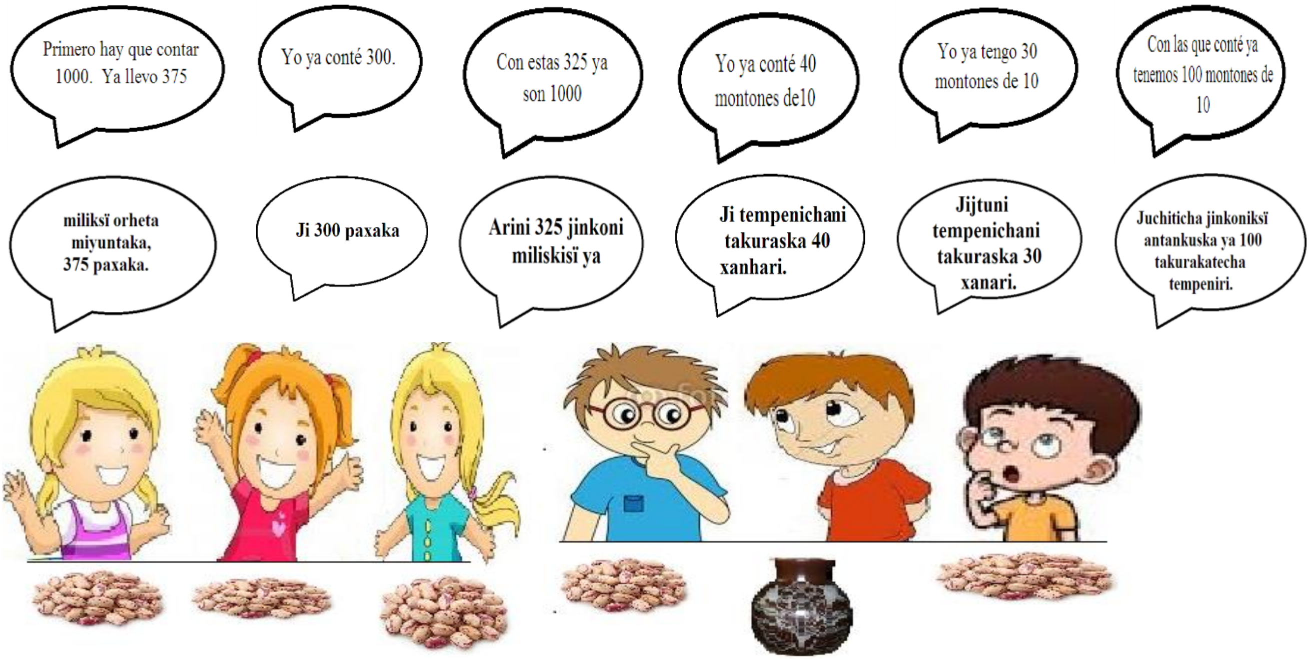
1.- Organízate con tu grupo y cuenta frijoles, como flor y sus amigos.
Kunkwarhikuntsï je t'atsïni miyuantani, ísï eska Flora p'ichipiri jempeecha jinkoni.

- Consigue un vaso y frijoles para cada equipo y un frasco para todo el grupo
- Mántani kunkwarhirichani purhechi ma perakua ka jirinhaku t'atsïni ka tsuntsu.

- Con tu equipo, cuenta un millar de frijoles. Utiliza el procedimento que ustedes quieran.
- Chiit'i kunkwarhiricha jinkoni ma mil t'atsïni miyuaa. Nena enkatsï cha week'a.

- Compara el procedimiento utilizado por tu equipo para contar los frijoles con el procedimiento de otros equipos.
- Exe máteruechaksï néna miyuantaski, ka tsenkutantsï nena enkatsï cha miyupk'a

2.- Observa como cuentan los frijoles Rosa, Juan y sus amigos:
Rosani exe ka Juanuni ka p'ichipiri jempeechani, ¿nenaksï miyuantaski?



¿Cuántos frijoles han contado las niñas del equipo de rosa?
Nanakeecha enkaksï Rosa jinkuni jámak'a, ¿Naxanksï t'atsïni miyusk'i?

¿Y los niños del equipo de juan?
¿Ka tatakeecha enkaksï juanuni jinkuni jámaka?

Comenta con tus compañeros lo siguiente:
Wantontsikwarhi chiit'i papitpiricha jinkoni arini:

¿Qué procedimientos utilizaron las niñas para contar 1000 frijoles?
¿Nanakeechaksï nena ant'ankutaski ma mil t'atsini?

¿Qué procedimientos utilizaron los niños?
Ka tatakeechaksï nena antakutaski?

El procedimiento utilizado en tu equipo. ¿Se parece al de los niños, al de las niñas o es diferente?
Ka cha ¿nenajsï antakuntaski? ¿Makuni eska tatakecha, o eska nanakecha o menterueni?

Ejercicio 25.- Un montón de frijoles.
(Álvarez et al., 1996, a, pág. 24).

Ejercicio 26

3.- Flor y sus amigos siguieron contando las lentejas. Observa lo que dicen y contesta.
Frora ka p'ichipiri jempechaksï jupintaspti t'atsini miyuni. Exe na enkaksï wantontsikwarhk'a ka mokwantsi kurhamarhikweechani.

¿Es lo mismo 10,000 frijoles que 10 millares de frijoles?
¿Makweenisk'i tembini mil echakwa t'atsïni ka eska tembeni millari echakwa t'atsïni?

¿Qué quiere decir una decena de millar? Coméntalo con tus compañeros, luego anótalo aquí: ___________
¿Ampe arhikwekasïnki ma tempentarekwa echakwa millari? Wantontsikwarhi chiit'i papitpiricha jinkoni, ka axu kara: ___________

Con los frijoles que contaron entre todos los equipos, pongan en el frasco una decena de millar.
Yáxï yámu tanantsï je t'atsinini enkaksï yamint'u kunkwarhikweecha miyuk'a. Ka purhechirhu jatsira imani tembinini enkari ma millarirhu arhujtakuka.

4.- Cuenta los frijoles que te quepan en dos puños y ponlas en un vaso.
Miyuntsï t'atsinini enkarhi antajkurhiaka kunukurhaani, ka tsuntsurhu ma jatsiraa.

¿Cuántos frijoles son? ________
¿Namuksï t'atsïnisk'i? __________

¿Cuántos frijoles cabrán aproximadamente en el vaso? ____

¿Namuksï t'atsïni jatanhia tsuntsurhu? _______

Busca junto con un compañero un procedimiento para averiguar si tu respuesta es correcta.
Jirinhantsï chiit'i p'ichpiricha jinkoni nenatsï mitipirini eskats'ï sési p'itantask'a.

¡Debes hacerlo sin contar una por una los frijoles!
¡Ásï kóru mantani t'atsïni miyupaa!

Compara tu respuesta y tu procedimiento con la de tus compañeros.
Ts'enkutantsï nena enkari upk'a chiit'i pampitpiricheeri jinkoni.

Recuerda
Ásí mirikurhi arhini ampe

1 decena de millar =10 millares = 10,000 unidades
Ma témpentarhekwa echakwa millari mákwenit'i eska10 millari echakwa, ka 10 millari echakwa makwenit'i eska 10,000 echakwa ampe.

Ejercicio 26.- Un montón de frijoles.
(Álvarez et al., 1996, a, pág. 25).

V Discusión y conclusión

El objetivo general de este documento de tesis sobre valorar la lengua p'urhepecha en contextos académicos, se ha dado poco a poco durante el proceso del desarrollo del mismo, pues conforme se fue elaborando, fue dando frutos muy interesantes, que arrojaron resultados importantes de los conceptos manejados en las actividades traducidas en este campo de las matemáticas, el tema del volumen. Ya que en sí, la lengua cuenta con su propio léxico para los conceptos de las matemáticas del tema volumen, que se usaron en los ejercicios, pues se sabe cómo se mide cada cosa y en el momento o con que objeto se usa una forma de medir y con qué objeto otra, es ahí la reflexiona sobre cuán importante es esta lengua p'urhepecha y lo asombroso de que se ha sabido conservar desde la llegada de los españoles hasta hoy en día, ya que la lengua en si no ha perdido su riqueza cultural ni léxica, casi sigue intacta, pues nuestros antepasados plasmaron en libros o diccionarios gran parte del léxico con ayuda de la gente que bien o para mal fueron colonizadores, pero que al fin y al cabo fueron esos escritos, por los que hoy en día se puede decir que la lengua tiene memoria, por lo que los hablantes al consultar libros o diccionarios, confirman que en efecto esa lengua no ha muerto y que ese mismo léxico se sigue usando en la actualidad, sin embargo se reconoce que gracias nuestros abuelos y la gente mayor de edad se sigue transmitiendo la lengua de generación en generación, pues hay personas que han sabido hacer la diferencia de los que dejaron de usarla.

Se concluye que este trabajo representa una propuesta de enseñanza del concepto de volumen a nivel básico, considerando la articulación de dos perspectivas teóricas: el concepto visto desde la matemática realista y con su respectiva traducción al p'urhepecha. Se espera que su aplicación tenga resultados favorables debido a que la matemática realista por si misma los ha tenido, además considerar el material traducido desde un punto de vista comunicativo, ayudará a facilitar la comprensión de conceptos, en este caso particular, el del volumen.

Bibliografía

Ahuja, R., Berumen, G., Casillas, M. L., Crispín, M. L., Delgado, A., Elizalde, A., Gallardo, A. L., González, I., Hernández, N., Lara, J. F., López, A., López, J., Rodríguez, B., y Schmelkes, S. (2004). Políticas y Fundamentos de la Educación Intercultural Bilingüe en México. México: SEP y CGEIB.

Alatorre S. (2011). Numeralismo: un asunto que incumbe a todo el mundo. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, *16*(50), 961-986.

Álvarez, M. P., Imaz, C., Molina, J., Ramos, J., Rivaud, J.J., Filloy, E. Y Gorostiza, L. (1974). Matemáticas. *6º año.* México: Comisión Nacional de los Libros de texto Gratuitos, SEP.

Antonovskii, M.B., Boltianskii, V.G., Volovich, M. Ya., Krass, E. Yu. Y levistas, G.G. (1990). Sets of mathematics teaching aids. En Soviet Studies in Mathematics Education. Vol. 1. Virginia, EE.UU.:NCTM.

Artigue, M. (2004). Problemas y Desafíos en Educación Matemáticas. *Red de Revistas Científias de América Latina y el Caribe, España y Portugal, 16*(003), 5-28.

BERTELY, María, Educación indígena del siglo XX en México, en Pablo Latapí, Un siglo de educación en México, Conaculta/FCE, 1998, pp. 74-110 (Biblioteca Mexicana).

Berumen G. Y Rodríguez B. (2009). Líneas de Investigación en Educación Intercultural. *Dirección de Investigación y Evaluación*. México D.F.: CGEIB y SEP.

Blanco, L (1996). Aprender a enseñar Matemáticas: Tipos de Conocimiento en Giménez, J., Llinares, S. Y Sánchez, V. (Eds.). *El Proceso de llegar a ser un profesor de primaria, cuestiones, desde la educación matemática* (págs. 199-224). Granada, España: Mathema.

Bright, G. (1976). Estimation as part of learning to measure en yearbook Measurement in School Mathematics, (págs. 87-104). Reston, Virginia, USA: NCTM.

BUXARRAIS, M. R., M. Martínez, J. M. Puig, y J. Trilla, (1997) La educación moral en primaria y secundaria, México-España, Biblioteca Normalista de la SEP/Fondo Mixto de Cooperación Técnica y Científica Española, Caballero, S. Y Villaseñor, B. (1960). *Mi libro de aritmética. 3er año.* México: Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos, SEP.

CGEIB. (2002). La situación actual de la educación indígena en México. México. (Documento de trabajo).

Chamoreau C. (2009). *Hablemos Purépecha, Wantee juchari anapu.* Morelia Mich. México: IRD, UIIM, AFM –CCC-IFAL y UMSNI.

Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, http://constitucion.presidencia.gob.mx/

https://es.wikipedia.org/wiki/Litro. El volumen 30 de junio, 2015.

Contreras, M. (1913). *Aritmética para los niños*. México: Murguía. (Edición: 1882).

Convenio 169 de la OIT sobre Pueblo Indígenas y Tribales en Países Independientes, México, CDI, 2003

Cuervo, F. (1912). *Apuntes Metodológicos para la enseñanza de la Aritmética en el 1er Año de elemental.* México: Librería de la Vda. De ch. Bouret.

DE LA PEÑA, G. (1998). Educación y cultura en el México del siglo XX, en Pablo Latapí, Un siglo de educación en México, t. I, México, Conaculta/FCE,

Diccionario Grande de la Lengua de Michoacán, (1991) Autor desconocido, Fimax editores, Morelia, Michoacán

Dirección de Educación Indígena de Michoacán (2007). E*stadística final 2006-2007, Michoacán,* México: Secretaría de Educación en el Estado (SEE).

Echeagaray, F. (1899). *Aritmética.* México: Editorial Imprenta Hijos de J.F. Jens.

Filloy, E. (1999). *Aspectos teóricos del algebra educativo*, México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*, Holanda: Reidel Pub. Co.

Gallardo, C. (1864). El Sistema Métrico Decimal. *Periódico Oficial del Imperio Mexicano* 142: 1-3.

Harding Edith y Riley Philip. (1998). Una Familia Bilingüe, Guía Para Padres. España.

Hart, K. (1984). Which comes first –Length, area, or volume? Arithmetic Teacher, 31 (9): 16–27.

Hernández S., J.. (1910). *Cálculo Intuitivo Primer Libro*. México: Librería de la Vda. De C. Bouret.

Hernández, J. y López, A. (1962). *Mi libro de 6º año. Aritmética y Geometría*. México: Comisión Nacional de los Libros de texto Gratuitos, SEP.

Hernández, M. G. Y Nava, E. F. (2005). *Jánhaskapani Juchari Anapu Jimpo. El caminar hacia el conocimiento de nuestra lengua p'urhepecha*. Morelia, Mexico: Universidad Indígena Intercultural de Michoacán.

http://eib.sep.gob.mx/cgeib/la-cgeib/ CGEIB. (2014). 17/09/2015.

https://es.wikipedia.org/wiki/Volumen (2014). 17/09/2015.

Informe. (2011). *Comición Nacional para el desarrollo de los pueblos indígenas.* Mexico: Acción de Gobierno para el Desarrollo integral de los Pueblos Indígenas.

Introducción, paleografía y notas de J. Benedict Warren. Tomo I Español-tarasco. pp. 704, tomo II Tarasco-Español pp. 848. (1991). Morelia, Mich.: por Fimax publicistas.

Jacinto, A. (2010). *La utopía de la lengua p'urhepecha*. México D.F.: El Colegio de Michoacán, Fideicomiso "Felipe Teixidor y Monserrat Alfau de Teixidor". pp. 11-16.

Janvier, C. (1997). Grandeur et mesure: la place des formules a partir de l'exemple du volume. *Bulletin* AMQ 27 (3).

Kempinsky, E. (1938). *El primer año de aritmética por medio de juegos*. México: Rafael Dondé.

Kula, W. (1980). *Las medidas y los homnres*. México: Siglo XXI Editores

Lechuga, Rosaura. (1954). *Aritmética infantil y nociones de geometría. 4º grado*. México, Patria.

Ley General de Derechos Lingüísticos de los Pueblos Indígenas, México, cdi, 2003.

Martí, Félix. (1933). *Aritmética, Geometría y Trabajo Manual. 1º 2º y 3er grado.* Madrid, España: Publicaciones de la Revista Pedagógica.

Muñoz, H. (2006). La Reorganización Intercultural de la Educación Escolar Indígena de México, en: Lenguas y Educación en Fenómenos Interculturales. Biblioteca de signos, Universidad Pedagógica Nacional, Universidad Autónoma Metropolitana. México.

Novaro, R. (1969). *Mi libro de 5º año. Aritmética y Geometría*. México: SEP, Comisión Nacional de los Libros de texto Gratuitos.

Ornelas, C. (1997). *El sistema edicativo mexicano*. La transición de fin del siglo. México: CIDE, NF y FCE.

Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1960). The child's conception of geometry.

Potari, D. Y Spiliotopoulou, V. (1996). Children's approaches to the concept of volume. *Science Education* 80 (3): 341-360.

Puig, L. (1996). *Elementos de resolición de problemas.* Granada, España: Comares.

Puig, L., (2008). Sentido y Elaboración del Componente de Competencia de los Modelos Teóricos Locales en la Investigación de la Enseñanza y Aprendizaje de Contenidos Matemáticos Específicos. PNA, 2(3), 87-107.

Quijano, J. (1960). *Aritmética y nociones de álgebra y geometría.* México: Porrúa. (la Edición: 1936).

Ricco, G y Vergnaud, G., (1983). Représentation du volume et arithmetisation. Entretiens individuels avec des élèves de 11 a 15 ans. Recherches en Didactique des Mathématiques, 4 (1): 27–69.

Sáiz, M. (1999). *El pensamiento del maestro de primaria acerca del concepto matemático volumen y su enseñanza*. Documento predoctoral. Departamento de Matemáticas Educativas, Cinvestav, México.

Sáiz, M. (2002). *El pensamiento del maestro de primaria acerca del concepto matemático volumen y su enseñanza*. Tesis doctoral. Departamento de Matemáticas Educativas, Cinvestav, México.

Sáiz, M. (2003). *Algunos Objetos Mentales Relacionados con el Concepto Volumen de Maestros de Primaria*. México D.F.: Revista Mexicana de Investigación Educativa.

Sánchez, V. (1960). *Mi libro de 4º año. Aritmética y Geometría.* México: SEP, Comisión Nacional de los Libros de texto Gratuitos.

SEP. Y DGEI, (2011). *La Educación Intercultural Bilingüe*. Cuaderno de Trabajo para las Niñas y Niños de Educación Primaria Indígena, Quinto y Sexto Grados. Estado de México: Comisión Nacional de Libros de texto Gratuito.

SEP. Y DGEI. (2011). *Arhinskuecha P'urhepecha Jimpo, Libro de Literatura en Lengua Purépecha*. Michoacán, México: Comisión Nacional de Libros de texto Gratuito.

Solana, F., Cardiel R., R, y Bolaños M., R. (Coord.). (1997). Historia de la educación pública en México. México: FCE-SEP.

UNESCO. (2007). disponible en la página electrónica: http://portal.unesco.org/culture/es/ev.php-URL_ID=8270&URL_DO_TOPIC&URL_SECTION=201.html

Vergnaud, G., Rouchier, A., Desmouliéres, S., Landre, C., Marthe, P., Ricco, G., Samurcay, R., Rogalski, j., Viala, A. (1983). Une experience didactique sur le concept de volume en classe de cinquiéme (12-13 ans). Recherches en Didactique des Mathématiques, 4(1): 71-120.

www.matedu.cinvestau.mx/maestriaedu/docs/asic4/confmagst.pdf. El Volumen. (2014). 17/12/2015

Zimmermann, k. (1997). "Planificación de la Identidad Étnico-Cultural y Educación Bilingüe para los Amerindios", en: Multilingüismo y Educación Bilingüe en América y España, México, Centro de Estudios Regionales Andinos Bartolomé de las Casas.